

2. Sestavljeno gibanje

To poglavje je posvečeno nekaterim kinematičnim problemom, ki se pojavljajo pri analizah poteka prometnih nesreč. Problemom, ki se bodo obravnavali je skupno, da jih lahko opišemo kot sestavljena enakomerna pospešena/pojemjajoča gibanja.

2.1 Pot ustavljanja

Pot ustavljanja vozila je sestavljena iz poti, ki jo opravi vozilo v času, ko se voznik odzove in pritisne na zavoro in poti na kateri vozilo zavira do končne hitrosti. Pri tem predpostavljamo, da je odziv zavor trenuten. Bolj podrobno bo ustavljanje obdelano v naslednjih poglavju.

Celotna pot ustavljanja je torej vsota reakcijske poti, kjer je gibanje vozila enakomerno in zavorne poti, kjer predpostavimo enakomerno pojemjajoče gibanje. Tako lahko zapišemo

$$s = \underbrace{v_0 t_R}_{\text{reakcijska pot}} + \underbrace{\frac{v_0^2 - v_n^2}{2a}}_{\text{pot zaviranja}}$$

pri čemer so

- a pojemek $[\text{m/s}^2]$
- s pot ustavljanja $[\text{m}]$
- t_R reakcijski čas $[\text{s}]$
- v_0 začetna hitrost vozila $[\text{m/s}]$
- v_n končna (naletna) hitrost vozila $[\text{m/s}]$

Primer. Kako dolga je pot ustavljanja vozila, ki ima hitrost 50 km/h, če je pojemek, ki ga vozilo doseže pri zaviranju 0.5 g in je reakcijski čas voznika 1 s.

Rešitev.

Podatki

$$a = 0.5 \times 9.8 = 4.9 \text{ m/s}^2 \quad v_0 = \frac{50}{3.6} = 13.9 \text{ m/s} \quad v_n = 0$$

Dolžina poti ustavljanja je

$$s = v_0 t_R + \frac{v_0^2 - v_n^2}{2a} = 13.9 \times 1 + \frac{13.9^2 - 0}{2 \times 4.9} = \underline{\underline{33.6 \text{ m}}}$$

Iz navedene enačbe lahko izrazimo

Če sta znani pot ustavljanja s in začetna hitrost v_0 , potem je končna hitrost

$$v_n = \sqrt{v_0^2 - 2a(s - v_0 t_R)}$$

Če je znana pot ustavljanja s in hitrost vozila v_n ob zaustavitvi oz. trku potem je začetna hitrost rešitev enačbe

$$\frac{v_0^2}{2a} + t_R v_0 - \left(s + \frac{v_n^2}{2a} \right) = 0 \Rightarrow v_0 = \frac{-t_R \pm \sqrt{t_R^2 + \frac{2}{a} \left(s + \frac{v_n^2}{2a} \right)}}{1/a}$$

Ker mora biti vrednost začetne hitrosti večja od nič velja pri rešitvi predznak +. Po ureditvi je končni izraz za začetno hitrost

$$v_0 = \sqrt{2as + (at_R)^2 + v_n^2} - at_R$$

Primer. Največ s kolikšno hitrostjo bi moral voziti, da bi se do mesta trka ustzavil?

Če je znana pot ustavljanja ter začetna in končna hitrost je vprašanje pojemek ali reakcijski čas.

$$a = \frac{v_0^2 - v_n^2}{2(s - v_0 t_R)}$$

Pri tem je seveda vprašanje ali lahko na danem vozišču v danih razmerah tak pojemek ustvari.

Primer. Zaradi premočnega zaviranja je motorist padel. S kolikšnim pojemkom bi lahko zaviral, da bi se do mesta trka, ustavil, če bi vozil z dovoljeno hitrostjo 50 km/h in bi bil njegov reakcijski čas 1 s (hitra reakcija)? V trenutku, ko je motorist zaznal nevarnost je bil od mesta trka oddaljen 40 m.

Rešitev.

Podatki:

$$s = 40 \text{ m} \quad v_0 = \frac{50}{3.6} = 13.9 \text{ m/s} \quad v_n = 0$$

Izračun:

$$a = \frac{v_0^2 - v_n^2}{2(s - v_0 t_R)} = \frac{13.9^2 - 0}{2 \times (40 - 13.9 \times 1)} = 3.7 \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{0.38 g}}$$

Na suhem asfaltu je tak pojemek možno doseči z normalnim zaviranjem.

In zadnje vprašanje je, kolikšen bi moral biti reakcijski čas voznika, da bi

$$t_R = \frac{s}{v_0} - \frac{v_0^2 - v_n^2}{2av_0} > 0$$

Primer. Kolikšen bi moral biti reakcijski čas voznika, da bi se ob močnem zaviranju ustavil, če bi vozil z dovoljeno hitrostjo ?

Običajno je vprašanje

Mirujoča ovira.

Vprašanjw: Ali bio voznik preprečil trk, če bi vozil s predpisano hitrostjo ?

S kolikšno hitrostjo bi lahko še vozil, da bi preprečil trk ?

To pomeni, da bi morala biti končna hitrost nič.

$$v_0 = \sqrt{(at_R)^2 + 2as} - at_R$$

Primer. Vozilo se giblje s hitrostjo 90 km/h. Na razdalji 44 m voznik zagleda oviro in po reakcijskem času 1 sekunde začne intenzivno zavirati s pojemkom 7 m/s^2 . S kolikšno hitrostjo vozilo trči v oviro ? Kolikšna bi morala biti hitrost vozila, da do trčenja ne bi prišlo ?

Rešitev.

Začetna hitrost vozila je

$$v_0 = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3.6} \text{ m/s} = \underline{\underline{25 \text{ m/s}}}$$

Reakcijska pot je

$$s_R = v_0 t_R = 25 \times 1 = \underline{\underline{25 \text{ m}}}$$

Pot zaviranja je

$$s_z = s - s_R = 44 - 25 = \underline{\underline{19 \text{ m}}} \quad (> 0 !!)$$

Hitrost vozila ob trku

$$v_n = \sqrt{v_0^2 - 2as_z} = \sqrt{25^2 - 2 \times 7 \times 19} = 18.95 \text{ m/s} = \underline{\underline{68.2 \text{ km/h}}}$$

Če bi se voznik hotel izogniti trčenju bi morala biti njegova hitrost, ko bi dosegel oviro $v_n = 0$. To pomeni, da bi moral voziti z začetno hitrostjo

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{(at_R)^2 + 2as + v_n^2} - at_R = \\ &= \sqrt{(7 \times 1)^2 + 2 \times 7 \times 44 - 7 \times 1} = 18.79 \text{ m/s} = \underline{\underline{67.6 \text{ km/h}}} \end{aligned}$$

2.2 Izsiljeno zaviranje

Privzeli bomo, da je izsiljevanje prednosti vasko ravnanje voznika, ki povzroči zaviranje ostalih udeležencev. Formalizirano, ali bi se vozilo zaletelo, če ne bi voznik zaviral. Torej nekdo vozi z primerno hitrostjo, ali mora zavirati, da ... Obravnavali bomo dva primera: vključevanje drugega vila v smeri vožnje drugih vozil in prečkanje poti ostalim vozilom.

2.2.1 Vključevanje v promet

Voznik vozila 1 spelje s pospeškom a_1 v trenutku, ko je vozilo 2 od njega oddaljeno za dolžino s . Vozilo 1 ne bo izsililo vozila 2, če bo vozilo 1 doseglo hitrost vozila 2 preden bo ta trčil vanj. Torej mora veljati naslednja ocena

$$s_2 \leq s + s_1$$

kjer so ...

Čas, ki ga porabi vozilo 1, da doseže hitrost v_2 je

$$v_1 = a_1 t_* = v_2 \Rightarrow t_* = \frac{v_2}{a_1}$$

v tem času opravi vozilo 1 pot

$$s_1 = \frac{a_1 t_*^2}{2} = \frac{v_2^2}{2a_1}$$

vozilo 2 pa pot

$$s_2 = v_2 t_* = \frac{v_2^2}{a_1}$$

Do izsiljevanja prednosti ne bi prišlo, če bi bila oddaljenost med voziloma večja od vrednosti, ki jo podaja naslednja formula

$$\frac{v_2^2}{a_1} \leq s + \frac{v_2^2}{2a_1} \Rightarrow \boxed{s \geq \frac{v_2^2}{2a_1}}$$

Primer. Vozilo 1 spelje na cesto s pospeškom 0.15 g v trenutku, ko je bilo vozilo 2 od njega oddaljeno 100m. Ali je voznik vozila 1 izsilil voznika vozila 2, ki je vozil hitrostjo 90 km/h ? Ali bi voznik 1 izsilil prednost, če bi voznik vozila 2 vozil z dovoljeno hitrostjo 40 km/h ?

Rešitev.

Ko je vozilo 1 speljalo bi moralo biti vozilo 2 od njega oddaljeno

$$s \geq \frac{v_2^2}{a_1} = \frac{(90/3.6)^2}{2 \times 0.15 \times 9.8} = \underline{\underline{212 \text{ m} > 100 \text{ m}}}$$

Vozilo 2 bi moralo biti oddaljeno 212 m, kar pomeni, da je voznik vozila 1 izsilil prednost vozniku vozila 2. Če bi voznik vozila 2 vozil z dovoljeno hitrostjo, bi morala biti razdalja v trenutku, ko bi vozilo 1 zapeljalo na cesto večja od

$$s \geq \frac{v_2^2}{a_1} = \frac{(40/3.6)^2}{2 \times 0.15 \times 9.8} = \underline{\underline{42 \text{ m} < 100 \text{ m}}}$$

V tem primeru voznik 1 ne bi izsilil prednosti vozniku vozila 2.

Če vozilo izsili prednost drugemu vozilu oz. prisili drugega voznika, da zavira, pa obstaja vprašanje ali lahko voznik drugega vozila prepreči morebitni trk z zaviranjem. Pogoja sta dva:

- kolikšen bi moral biti pojemek, če je znan (predpostavljen) reakcijski čas voznika oz.
- kolikšen bi moral biti reakcijski čas voznika, če naj bi pri zaviranju dosegel največji možni pojemek

V času srečanja t_* mora biti hitrost vozila 2 enaka hitrosti vozila 1 torej

$$v_1 = a_1 t_* = v_2 - a_2 (t_* - t_R) \Rightarrow \boxed{t_* = \frac{v_2 + a_2 t_R}{a_1 + a_2}}$$

V tem trenutku je pot

$$v_2(t_* - t_r) + v_2 t_r - \frac{a_2(t_* - t_r)^2}{2} = s + \frac{a_1 t_*^2}{2}$$

Če v to enačbo vstavimo čas in uredimo dobimo naslednjo enačbo

$$2(a_1 + a_2)s + a_1 a_2 t_r^2 - v_2^2 - 2a_2 v_2 t_r = 0$$

Iz te enačbe dobimo potrební pojemek

$$a_2 = \frac{v_2^2 - 2a_1 s}{2s + t_r(a_1 t_r - 2v_2)} > 0$$

pri čemer mora biti $v_2^2 - 2a_1 s > 0$. Čas zaviranja bi bil

$$t_z = t_* - t_r = \frac{v_2 - a_1 t_r}{a_1 + a_2}$$

Če bi voznik zaviral z znanim pojemkom potem bi moral reagirati v reakcijskem času

$$t_R = \frac{v_2}{a_1} \pm \frac{\sqrt{a_2(a_1 + a_2)v_2^2 - 2sa_1a_2(a_1 + a_2)}}{a_1a_2}$$

ker jemljemo krajši čas velja predznak -. Zgornji izraz zapišemo v obliki

$$t_R = \frac{v_2}{a_1} - \sqrt{\frac{(a_1 + a_2)}{a_1a_2} \left(\frac{v_2^2}{a_1} - 2s \right)}$$

Primer. Vozilo 1 spelje na cesto s pospeškom 0.15 g v trenutku, ko je bilo vozilo 2 od njega oddaljeno 100m. Ali je voznik vozila 1 izsilil voznika vozila 2, ki je vozil hitrostjo 90 km/h? Reakcijski čas voznika 2 je 1.5 s.

Rešitev.

Ko je vozilo 1 speljalo bi moralo biti vozilo 2 od njega oddaljeno

$$s \geq \frac{v_2^2}{2a_1} = \frac{(90/3.6)^2}{2 \times 0.15 \times 9.8} = \underline{\underline{212 \text{ m} > 100 \text{ m}}}$$

Vozilo 2 bi moralo biti oddaljeno 212 m, kar pomeni, da je voznik vozila 1 izsilil prednost vozniku vozila 2. Da prepreči trk, mora voznik vozila 2 zavirati s pojemkom

$$a_2 = \frac{v_2^2 - 2a_1s}{2s + t_R(a_1t_R - 2v_2)} = \dots = \underline{\underline{2.6 \text{ m/s}^2 = 0.26 g}}$$

Čas, ki bi ga porabil voznik za zaviranje bi bil

$$t_z = \frac{v_2 - a_1t_R}{a_1 + a_2} = \dots = \underline{\underline{5.6 \text{ s}}}$$

Če bi voznik zaviral s pojemkom 0.7 g bi moral reagirati v času do

$$t_R = \frac{v_2}{a_1} - \sqrt{\frac{(a_1 + a_2)}{a_1 a_2} \left(\frac{v_2^2}{a_1} - 2s \right)} = \dots = \underline{\underline{3.4 \text{ s}}}$$

2.2.2. Vožnja pri zmanjšani vidljivosti

Pri tem se pojavlja naslednji problem. Imamo vozilo (peščva), ki se giblje s konstantno hitrostjo v smeri vozila 2.

2.3 Čas ustavljanja

Če se ovira giblje imamo naslednji problem. Predpostavimo, da je znan čas, ki ga potrebuje vozilo 2 da zapusti nevarno območje. Za koliko mora voznik zmanjšati hitrost svojega vozila, da drugo vozilo (pešec) zapusti nevarno območje? Predpostavljamo, da je znana

$$s = v_0 t_R + v_0 (t - t_R) - \frac{a(t - t_R)^2}{2} \Rightarrow t = t_R + \frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 - 2(s - vt_R)}$$

končna hitrost vozila pa je

$$v_n = v_0 - a(t - t_R)$$

Če je podan čas ustavljanja potem je pri znani dolžini poti ustavljena

Ker pa je pot zaviranja $s_z = s - vt_R$ lahko to zapišemo

$$t_z = t - t_R = \frac{v \pm \sqrt{v^2 - 2as_z}}{a}$$

Če povečamo čas za Δt potem dobimo hitrost manjšo še dopustno hitrost

$$s = v_{\max} t_R + v_{\max} (t_z + \Delta t) - \frac{a(t_z + \Delta t)^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_{\max} = \frac{s + a(t_z + \Delta t)^2/2}{t_R + t_z + \Delta t}}$$

Primer¹. Vozilo 1 zavoji v križišče s hitrostjo 36 km/h, vozilo 2 pa s hitrostjo 78 km/h pripelje v križišče in trči v prvo vozilo. Zavorne sledi drugega vozila so od točke trka oddaljeni za 7 m. Cesta je suha (0.8 g) hitrost pa je omejena na 50 km/h. Kolikšna bi lahko bila hitrost, da do nesreče ne bi prišlo. Reakcijski čas voznikov je 1 s. Vozilo 2 je vozilo 1 trčilo v

Rešitev.

Podatki

$$v_2 = \frac{78}{3.6} = 21.7 \text{ m/s}$$

$$a = 0.8 \times 9.8 = 7.8 \text{ m/s}^2$$

Pot, ki jo je vozilo 2 opravilo od trenutka reakcije voznika pa do trka

$$s_2 = v_2 t_R + s_z = 21.7 \times 1 + 7 = \underline{28.7 \text{ m}}$$

Pri hitrosti 50 km/h bi bil pot ustavljanja drugega vozila

$$s_{2u} = v_2 t_R + \frac{v_2^2}{2a} = \frac{50}{3.6} \times 1 + \frac{(50/3.6)^2}{2 \times 7.8} = \underline{26.2 \text{ m}}$$

Če bi torej voznik vozila 2 vozil s hitrostjo 50 km/h do trčenja ne bi prišlo.

Da bi se vozilo ustavilo na poti 28.7 m bi moral voznik voziti s hitrostjo

$$\begin{aligned} v_{2\max} &= \sqrt{(at_R)^2 + 2as_2} - at_R = \\ &= \sqrt{(0.8 \times 9.8 \times 1)^2 + 2 \times 0.8 \times 9.8 \times 28.7} - 0.8 \times 9.8 \times 1 = 14.8 \text{ m/s} = \underline{\underline{53 \text{ km/h}}} \end{aligned}$$

Nazadnje določimo <še hitrost,

Da vozilo 1 zapusti kritično območje potebuje čas (najmanj polovico celotno dolžino)

¹ R.Limpert. *Motor Vehicle Accident Reconstruction and Cause Analysis*, 5th Edition, Praxis, 1999

$$\Delta t = \frac{(L_1/2)}{v_1} = \frac{(4.8/2) \times 3.6}{36} = \underline{0.24 \text{ s}}$$

Čas zaviranja vozila 2 pri hitrosti 78 km/h je

$$t_z = t - t_R = \frac{v \pm \sqrt{v^2 - 2as_z}}{a} = \frac{21.7 - \sqrt{21.7^2 - 2 \times 7.8 \times 7}}{7.8} = \underline{0.34 \text{ s}}$$

Največja hitrost, pri kateri bi lahko voznik vozila 2 še preprečil trk je

$$v_{2\max} = \frac{s + a(t_z + \Delta t)^2 / 2}{t_R + t_z + \Delta t} = \frac{28.7 + 7.8 \times (0.34 + 0.24)^2 / 2}{1 + 0.34 + 0.24} = 19.0 \text{ m/s} = \underline{\underline{68.4 \text{ km/h}}}$$

DELOVNA VERZIJA