

Predavanje 03: Zveza med gostoto in pretokom (izkustveni modeli)

Rezultati meritev so gostote, hitrosti in pretoki. Med njimi obstaja osnovna zveza $q = vk$. Vprašanje je $v = \hat{v}(k)$.

Na podlagi iskušenj hitrost vozil pada z gostoto prometa. Ko je vozilo samo vozi z neko največjo hitrostjo v_m , ko gostota naraste do zasičenja k_m se prometni tok ustavi. Torej

$$k \rightarrow 0 \Rightarrow v \rightarrow v_{\max} \quad \text{in} \quad k \rightarrow k_{\max} \Rightarrow v \rightarrow 0$$

Greenshieldov model (1935)

Obenem je sprememb hitrosti striktno monotona padajoča funkcija gostote. Nenostavnejša zveza, ki zadošča naštetima pogojema je linearna $\frac{v}{v_{\max}} + \frac{k}{k_{\max}} = 1$

oz

$$v = v_{\max} \left(1 - \frac{k}{k_{\max}} \right)$$

Gostota toka je

$$q = vk = v_{\max} k \left(1 - \frac{k}{k_{\max}} \right)$$

Pretok bo največji pri neki pogoj $\frac{dq}{dk} = 0$ oz

$$\frac{dq}{dk} = v_{\max} \left(1 - \frac{2k_{opt}}{k_{\max}} \right) = 0 \Rightarrow k_{opt} = \frac{k_{\max}}{2}$$

Največji pretok bo torej $q_{\max} = v_{\max} k_{opt} \left(1 - \frac{k_{opt}}{k_{\max}} \right) = \frac{v_{\max} k_{\max}}{4}$ oz.

$$q_{\max} = \frac{v_{\max} k_{\max}}{4}$$

Optimalna hitrost pa $v_{opt} = v_{max} \left(1 - \frac{k_{opt}}{k_{max}}\right) = \frac{v_{max}}{2}$

Primer. Na danem odseku ceste naj bo $v_{max} = 120$ km/h in največja gostota $k_{max} = 300$ v/km . Kolikšna je optimalni pretok, gostota in hitrost.

Rešitev.

optimalna gostota $k_{opt} = \frac{k_{max}}{2} = \frac{300}{2} = 150$ v/km

optimalna hitrost $v_{opt} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{120}{2} = 60$ km/h

največji pretok $q_{max} = \frac{v_{max} k_{max}}{4} = \frac{120 \times 300}{4} = 9000$ v/h

□ □ □

Greenbergov model (1959)

Zveza, ki jo je na povsem empirični osnovi postavil Greenberg predvideva

$$v = v_{max} \ln \frac{k_{opt}}{k}$$

pri čemer sta a in b empirični konstanti. Pretok je

$$q = vk = v_{max} k \exp(-bk)$$

Optimalni pretok je

$$\frac{dq}{dk} = v_{max} \left(\ln \frac{k_{max}}{k} - 1 \right) = 0 \Rightarrow k_{opt} = \frac{k_{max}}{e}$$

Tej gostoti ustreza optimalna hitrost

$$v = v_{max} \exp(-bk_{opt}) = v_{max} e^{-1} \approx 0.368 v_{max}$$

in maksimalni pretok

$$q_{\max} = v_{\max} k_{opt} \exp(-b k_{opt}) = \frac{v_{\max}}{b e} \approx 0.387 \frac{v_{\max}}{b}$$

Underwood model (1961)

Zveza, ki jo je na povsem empirični osnovi postavil Greenberg predvideva

$$v = v_{\max} \exp(-b k)$$

pri čemer sta a in b empirični konstanti. Pretok je

$$q = vk = v_{\max} k \exp(-b k)$$

Optimalni pretok je

$$\frac{dq}{dk} = v_{\max} [\exp(-b k) - b k \exp(-b k)] = 0 \Rightarrow k_{opt} = \frac{1}{b}$$

Tej gostoti ustreza optimalna hitrost

$$v = v_{\max} \exp(-b k_{opt}) = v_{\max} e^{-1} \approx 0.368 v_{\max}$$

in maksimalni pretok

$$q_{\max} = v_{\max} k_{opt} \exp(-b k_{opt}) = \frac{v_{\max}}{b e} \approx 0.387 \frac{v_{\max}}{b}$$

Primer. Na danem odseku ceste naj bo $v_{\max} = 70$ km/h in največja gostota $k_{opt} = 50$ v/km . Kolikšna je optimalni pretok, gostota in hitrost.

Rešitev.

optimalna gostota $k_{opt} = \frac{k_{max}}{2} = \frac{300}{2} = 150 \text{ v/km}$

optimalna hitrost $v_{opt} = 0.368 v_{max} = 0.368 \times 120 = 44 \text{ km/h}$

največji pretok $q_{max} = 0.368 v_{max} k_{opt} = 44 \times 50 = 2220 \text{ v/h}$

□ □ □

Lincoln tunnel

Podatki, 18 podatkov

gostota	hitrost	pretok
21	51	1088
28	45	1232
33	40	1325
38	37	1380
46	32	1480
51	30	1558
55	27	1496
59	26	1504
59	24	1410
60	22	1344
64	21	1339
70	19	1344
68	18	1188
81	16	1290
83	14	1188
87	13	1112
100	11	1120
103	10	990

Parameter	Vrednost	Napaka
a	55.47376	2.07221
b	-0.49053	0.03162
R	-0.96833	
STD	3.05784	

-0.008842559077

$k_{\max} = 113$ in $v_{\max} = 55 \text{ km/h}$. sledi $v_{opt} = 28 \text{ km/h}$, $k_{opt} = 57 \text{ v/km}$ in $q_{\max} = 1568 \text{ v/h}$

[18.12.2006 13:39 "/Graph2" (2454087)]

Data: Data1_B

Model: YldFert1

Equation: $y = a + b \cdot \exp(-k \cdot x)$

Weighting:

y No weighting

Parameter	Vrednost	Napaka
a	78.84902	1.76602
b	0.02014	0.00048
R ²	2	
STD	3.05784	

$v_{\max} = 79 \text{ km/h}$ in $k_{opt} = 50 \text{ v/km}$. sledi $v_{opt} = 29 \text{ km/h}$ s pretokom $q_{\max} = 1440 \text{ v/km}$.

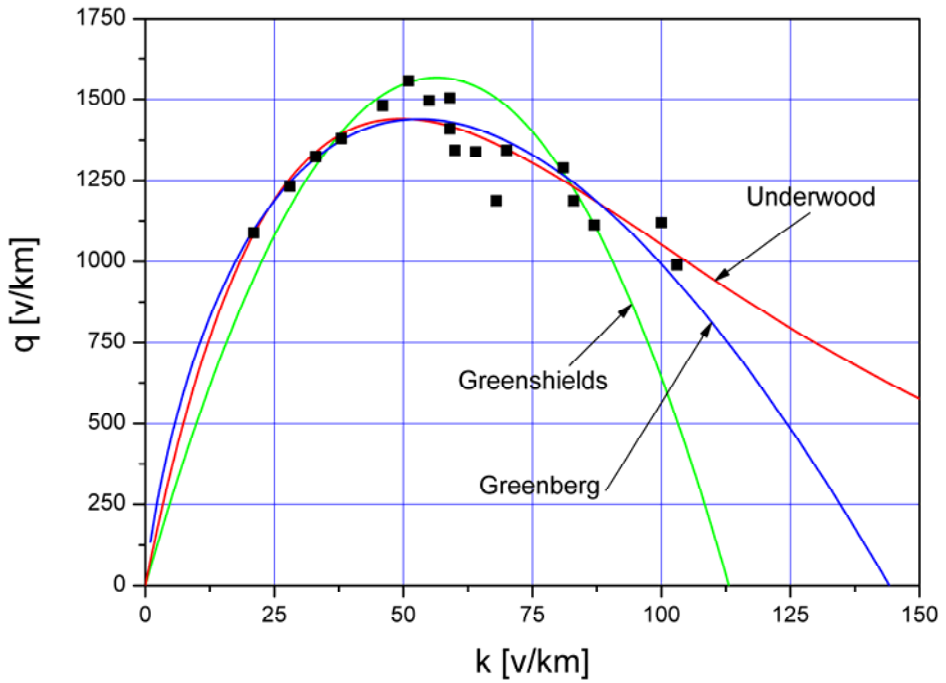
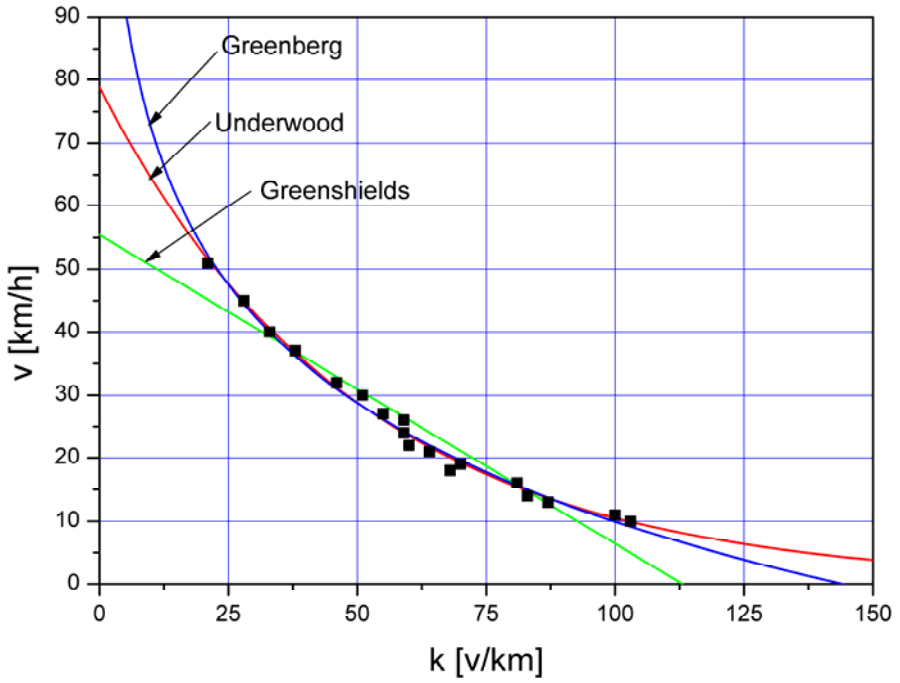
Greenberg

[18.12.2006 14:17 "/Graph2" (2454087)]

Data: Data1_B

Model: user2

Parameter	Vrednost	Napaka
a	27.13619	0.68984
b	144.17222	3.76628
R ²	0.98977	



Sprmenljivka	Model		
	Greenshields	Greenberg	Underwood
$v =$	$v_m \left(1 - \frac{k}{k_m}\right)$	$v_0 \ln \frac{k_m}{k}$	$v_m \exp\left(-\frac{k}{k_0}\right)$
$q =$	$v_m k \left(1 - \frac{k}{k_m}\right)$	$v_0 k \ln \frac{k_m}{k}$	$v_m k \exp\left(-\frac{k}{k_0}\right)$
$k_0 =$	$\frac{k_m}{2}$	$\frac{k_m}{e} \approx 0.369 k_m$	–
$v_0 =$	$\frac{v_m}{2}$	–	$\frac{v_m}{e} \approx 0.369 v_m$
$q_m =$	$\frac{v_m k_m}{4}$	$\frac{v_0 k_m}{e} \approx 0.369 v_0 k_m$	$\frac{v_m k_0}{e} \approx 0.369 v_m k_0$