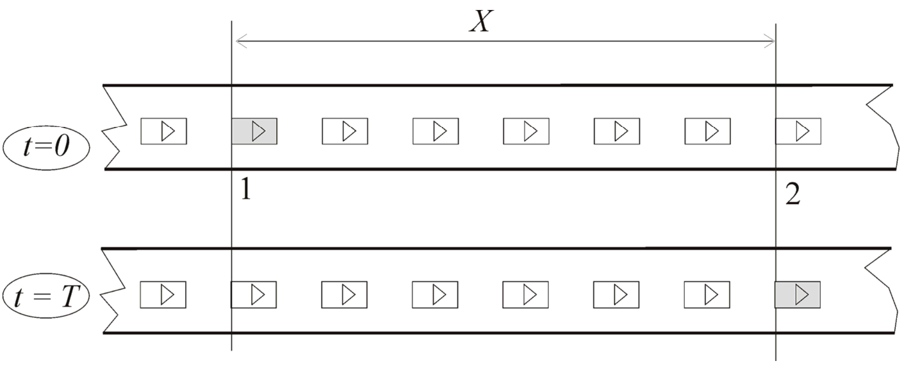
Equation Chapter 1 Section 1Predavanje 02: Gibanje kolone vozil

Opazujmo vozila, ki vozijo v koloni. Pri tem predpostavimo kar se da enostavno situacijo. Ta je:

- vsa vozila imajo enako hitrost v
- vsa vozila imajo enako dolžino L
- vsi vozniki vozijo na enaki varnostni razdalji h



Slika. Homogeni tok vozil

Definiramo

$$\text{pretok} = \frac{\text{št.vozil}}{\text{enota časa}} \qquad \text{gostota} = \frac{\text{št.vozil}}{\text{enota dolžine}}$$

Če označimo z q pretok, z k gostoto potem lahko gornji definiciji zapišemo

$q \equiv \dfrac{N}{T}$	pretok
$k \equiv \dfrac{N}{X}$	gostota

Iz slike razberemo, da je pot, ki jo opravi N-to vozilo v času T ravno X. Njegova hitrost je torej $v = \dfrac{X}{T}$. Po drugi strani, pa je iz definicije $\dfrac{q}{k} = \dfrac{N}{T} \times \dfrac{X}{N} = \dfrac{X}{T} = v$. Torej

$$\text{pretok} = \text{hitrost} \times \text{gostota}$$

ali z oznakami

$$\boxed{q = v\,k}$$

To je osnovna zveza teorije prometnega toka.

Če imamo opraviti s homogenim tokom, potem zavzema vsako vozilo dolžino L. Vsa vozila zavzamejo $X = NL$. Od tu

$$\boxed{k = \frac{1}{L} \qquad q = \frac{v}{L}}$$

Primer 2.1. Kolikšna je gostota prometnega toka, če vsako vozilo zasede 20 m. Koliko vozil je ob tej gostoti na razdalji 5 km ?

Gostota toka je

$$k = \frac{1}{L} = \frac{1}{20} \times 1000 = \underline{\underline{50\,\mathrm{v/km}}}$$

Število vozil je

$$N = kX = 50 \times 5 = \underline{\underline{250\,\mathrm{v}}}$$

□□□

Primer 2.2. Naj bo hitrost kolone 80 km/h, in gostota toka 20 v/km. Pretok je v tem primeru

$$q = v\,k = 80 \times 20 = \underline{\underline{1600\,\mathrm{v/h}}}$$

Vsako vozilo v koloni zavzame dolžino

$$L = \frac{1}{k} = \frac{1}{20} \times 1000 = \underline{\underline{50\,\mathrm{m/v}}}$$

□□□

Primer 2.2. Kolona vozil se pomika s hitrostjo 5 km/h. Dolžina kolone je 10 km. Vsako vozilo zasede dolžino 10 m. V kolikem času bo kolona prevozila kontrolno točko ?

Gostota toka je

$$k = \frac{1}{L} = \frac{1}{10} \times 1000 = \underline{\underline{100\,\mathrm{v/km}}}$$

Število vozil je

$$N = kX = 50 \times 5 = \underline{\underline{250\,\mathrm{v}}}$$

□□□

Primer 2.3 Naj bo hitrost kolone 80 km/h, in gostota toka 20 v/km. Pretok je v tem primeru

$$q = v\,k = 80 \times 20 = \underline{\underline{1600\,\mathrm{v/h}}}$$

Vsako vozilo v koloni zavzame dolžino

$$L = \frac{1}{k} = \frac{1}{20} \times 1000 = \underline{\underline{50\,\mathrm{m/v}}}$$

□□□

Primer. Vozila v koloni vozijo s hitrostjo 16 km/h tako, da je med njimi razmak enega vozila. Kolikšen je pretok ?

Rešitev. Naj bo dolžina posameznega vozila *L*. Po predopostavki je $h = L$. Gostota vozil je torej $k = \frac{1}{2L}$. Razdalja med vozili

Najenostavnejša vendar nerealna predpostavka je, da je varnostna razdalja neodvisna od hitrosti.

Varnostna razdalja

$$k = \frac{1}{L+h} \qquad q = \frac{v}{L+h}$$

Pri vožnji v koloni morajo vozniki voziti tako, da je razdalja do sosednjega vozila takšna, da vozniku dopušča varno ustavljanje vozila (brez naletnega trčenja), v primeru, če se vozilo pred njim iz kakršnegakoli razloga ustavi.

Celotni reakcijski čas je čas od trenutka, ko voznik opazi oviro do pričetka zaviranja. Tega sestvljajo:

1. čas percepcije - to je čas, ki ga voznik porabi da spozna, da je pred njim ovira
2. čas odločitve - to je čas v katerem se voznik odloči, da mora ustaviti
3. čas, ki ga voznik porabi, da prestavi nogo na pedalo zavore
4. čas, ki ga porabi, da potisne pedalo zavore

Iz geometrije razberemo zvezo

$$s_{1z} + h = s_{2u} + h_0 \quad \Rightarrow \quad h = h_0 + s_{2u} - s_{1z}$$

Če upoštevamo, da je dobimo

$$s_{1z} + h = s_{2u} + h_0 \quad \Rightarrow \quad h = h_0 + \frac{v^2}{2}\left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1}\right)$$

ali končno

$$\boxed{h = h_0 + vt_R + \frac{v^2}{2}\left(\frac{a_1 - a_2}{a_1 a_2}\right)}$$

Ločimo dva posebne primere.

- če je $a_1 = a_2$ potem je varnostni razmak kar

$$\boxed{h = h_0 + vt_R}$$

- če je $a_1 = \infty$ oz vozilo se ustavi v trenutku potem je

$$\boxed{h = h_0 + vt_R + \frac{v^2}{2a_1}}$$

Primer. Kolikšna je največja in najmanjša varnostna razdalja pri hitrosti $70\,\mathrm{km/h}$, če je reakcijski čas $t_R = 1\,\mathrm{s}$ in pojemek $a = 4\,\mathrm{m/s^2}$?

Rešitev. Najmanjša varnostna razdalja je

$$h = h_0 + vt_R = \frac{70}{3.6} \times 1 = 19.4\,\mathrm{m}$$

Največja pa

$$h = h_0 + vt_R + \frac{v^2}{2a_1} = 19.4 \times 1 + \frac{19.4^2}{2 \times 4} = 66.7\,\mathrm{m}$$

□□□

Optimalni hitrost in največji pretok

Pretok kolone vozil je odvisen od hitrosti in gostote. Gostota pa je posredno prav tako odvisna od hitrosti. To pa pomeni, da bo imel pretok

$$\frac{dq}{dv} = \frac{\left(L+h\right) - v\,dh/dv}{\left(L+h\right)^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(L+h\right) - v\frac{dh}{dv} = 0$$

Rešitev te linearne

Model obnašanja voznika popisuje enačba

$$\boxed{h = h_0 + v\,t_R + \alpha v^2 \qquad \alpha = \frac{a_1 - a_2}{a_1 a_2}} \tag{1}$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{L}{\alpha}}} \tag{2}$$

Optimalni pretok je

$$q_m = \frac{v_0}{L + v_0 t_R + \alpha v_0^2} = \frac{\sqrt{L/\alpha}}{L + t_R\sqrt{L/\alpha} + \alpha\left(L/\alpha\right)} = \frac{\sqrt{L/\alpha}}{2L + t_R\sqrt{L/\alpha}}$$

ali

$$\boxed{q_m = \frac{1}{t_R + 2\sqrt{\alpha L}}} \tag{3}$$

optimalna gostota

$$k_0 = \frac{1}{L + v_0 t_R + \alpha v_0^2} = \frac{1}{L + t_R\sqrt{L/\alpha} + \alpha\left(L/\alpha\right)}$$

$$= \frac{1}{2L + t_R\sqrt{L/\alpha}} = \frac{1}{2L + v_0 t_R}$$

Primer. Kolikšna sta optimalna hitrosti na maksimalni pretok kolone vozil, katerih povprečna dolžina (vključijoč razmak v mirovanju) je 7 m, če je varnostna razdalja podana z zakonom ?

$$h = 1.1v + 0.03v^2$$

Rešitev. Iz enačbe (1) preberemo podatke

$$h_0 = 0 \qquad t_R = 1.1 \qquad \alpha = 0.03$$

Optimalna hitrost je po (2)

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{L}{\alpha}} = \sqrt{\frac{7}{0.03}} = 5.77\ \mathrm{m/s} = \underline{\underline{21\ \mathrm{km/h}}}} \tag{4}$$

Maksimalni pretok je po (3)

$$\boxed{q_m = \frac{1}{t_R + 2\sqrt{\alpha L}} = \frac{3600}{1.1 + 2\sqrt{0.03\times 7}} = \underline{\underline{1785\ \mathrm{v/h}}}} \tag{5}$$

□□□