

LINEARNI MODELI GIBANJA KOLONE VOZIL

Uvod

Kot je znano, lahko gibanje kolone vozil obravnavamo na makro ali mikro nivoju ([2], [3], [4], [7], [10]). Makroskopska obravnava temelji na hidrodinamični analogiji in vodi k reševanju sistema parcialnih diferencialnih enačb, ki povezujejo prometni tok, njegovo gostoto ter hitrost. Na mikro nivoju se obravnava vožnja vsakega vozila posebej. Posebno preprost način vožnje je vožnja v koloni, ki nastane v gostem prometu ali v primeru, ko je onemogočeno prehitevanje. Osnovna predpostavka pri modeliranju gibanja kolone vozil je da, razen na prvo vozilo v koloni, na vožnjo posameznega vozila vpliva vožnja vozila neposredno pred njim. Posamezen voznik je aktivni kontrolni člen v sistemu voznik-vozilo-cesta, ki s pomočjo pedala za plin, menjalnika in zavor, prilagaja hitrost svojega vozila vožnji vozila pred seboj. Celovit pregled modelov gibanja kolone je podal Rothery ([2]).

Osnovni nalogi pri proučevanju gibanja kolone vozil sta ugotavljanje stacionarnega stanja, t.j. hitrosti kolone in razmaka med vozili, ter ugotavljanje stabilnosti kolone glede na motnje v gibanju posameznega vozila. Pri tem sta pomembni :

- *lokalna stabilnost*, ki proučuje odgovor posameznega vozila na motnjo v gibanju vozila pred njim in
- *asimptotična stabilnost*, ki proučuje kako se motnja v gibanju čelnega vozila širi vzdolž kolone.

Namen tega prispevka je analizirati in primerjati dva klasična linearna modela gibanja kolone enakih vozil: Chandlerjev model (Chandler et al. [1]) in Kalifornijski model (Chandler et al. [1]). V prvem delu je podana analitična analiza modelov, v nadaljevanju pa je opisan preprost numerični algoritem.

Oznake

V nadaljevanju bomo uporabili naslednje oznake:

$a_k = \frac{dv_k}{dt}$	Pospešek vozila k
$b_k = x_{k-1} - x_k - L$	Razmak med voziloma $k-1$ in k
k	Zaporedna številka vozila v koloni
L	Dolžina vozila
t	Čas
T	Zakasnitev
T_1	Reakcijski čas
v_0	Začetna hitrost vozil
$v_k = \frac{dx_k}{dt}$	Hitrost vozila k
$\tilde{v}_k(s) = \mathbf{L}[v_k(t)]$	Laplace-ova transformacija hitrosti vozila k

$$\tilde{x}_k(s) = \mathbf{L} \begin{bmatrix} x_k(t) \\ \lambda \end{bmatrix}$$

x_k Koordinata vozila k
Laplace-ova transformacija lege vozila k
 λ Senzitivnost

Vse ostale oznake bodo pojasnjene ob uporabi.

Analitično reševanje

Chandler-jev model

Temeljna enačba tega modela je ([1], [4]):

$$\left. \frac{dv_k}{dt} \right|_t = \lambda [v_{k-1} - v_k]_{t-T} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

V posebnem primeru, ko je $T = 0$ in $\lambda = 1/T_1$ imamo model, ki ga je predlagal Pipes ([8]).

Oglejmo si najprej obnašanje modela v primeru, ko kolona miruje, čelno vozilo pa se začne gibati z neko hitrostjo v_0 . Gibanje čelnega vozila torej opisuje funkcija

$$v_0(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ v_0 & t > 0 \end{cases} \quad (2)$$

za ostala vozila v koloni pa velja začetni pogoj

$$v_k(0) = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

Z uporabo Laplaceove transformacije prevedemo reševanje sistema diferencialnih enačb (1) ter pogojev (2) in (3) na reševanje sistema rekurzivnih algebrajčnih enačb

$$\begin{aligned} \tilde{v}_0(s) &= \frac{v_0}{s} \\ \tilde{v}_k &= \frac{\lambda \tilde{v}_{k-1}}{\lambda + s e^{Ts}} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (4)$$

Z zaporednim vstavljanjem v posamezne enačbe sistema (4) dobimo rešitev, ki neposredno povezuje hitrost vozila k s hitrostjo čelnega vozila v_0

$$\tilde{v}_k(s) = \frac{\lambda^k \tilde{v}_0(s)}{(\lambda + s e^{Ts})^k} = \frac{\lambda^k v_0}{s (\lambda + s e^{Ts})^k} \quad (5)$$

Dobljena rešitev je osnova za izračun stacionarnega stanja in analizo lokalne stabilnosti kolone.

Stacionarno stanje

Za izračun hitrost kolone v stacionarnem stanju uporabimo naslednji izrek: če obstaja $\lim_{t \rightarrow \infty} v_k(t)$ potem je

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_k(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \tilde{v}_k(s) \quad (6)$$

S pomočjo enačbe (6) in (5) izračunamo stacionarno vrednost hitrosti

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \tilde{v}_k(s) = v_0 \lambda^k \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{(\lambda + s e^{Ts})^k} = v_0 \quad (7)$$

Kolona torej doseže v stacionarnem stanju hitrost čelnega vozila.

Razmak med vozili v stacionarnem stanju je določen z limito $\lim_{t \rightarrow \infty} [x_{k-1}(t) - x_k(t) - L]$. Ker je

$$L \left[\frac{dx_k}{dt} = v_k(t) \right] \Rightarrow s \tilde{x}_k(s) - x_k(0) = \tilde{v}_k(s) \quad (8)$$

dobimo

$$\lim_{s \rightarrow 0} s [\tilde{x}_{k-1}(s) - \tilde{x}_k(s)] = \frac{v_0}{\lambda} + L \quad (9)$$

Razmak med vozili v stacionarnem stanju je torej odvisen od senzitivnosti kolone λ . Čim manjša je tem večji je razmak. V primeru, ko je $T=0$ in $\lambda = 1/T_1$ je razmak med vozili enak 'varnostni razdalji'

$$d = v_0 T_1 \quad (10)$$

Ni odveč pripomniti, da pri nestabilnih rešitvah pomenita izračunani limiti (7) in (9) srednje vrednosti okoli katerih nihajo hitrosti in razmaki med vozili.

Lokalna stabilnost

Za raziskavo lokalne stabilnosti uporabimo karakteristično enačbo rešitve (5)

$$s e^{Ts} + \lambda = 0 \quad (11)$$

Rešitev bo lokalno stabilna, če imajo vse ničle enačbe (11) negativne realne vrednosti.

V posebnem primeru $T = 0$ ima karakteristična enačba obliko

$$s + 1/T_1 = 0 \quad (12)$$

Ta enačba ima eno samo realno rešitev $s = -1/T_1 < 0$, zato je v tem primeru sistem vedno lokalno stabilen.

Če v enačbo (11) uvedemo novo spremenljivko $z = x + iy = s/\lambda$ in označimo $\beta = \lambda T$ dobimo

$$z e^{\beta z} + 1 = 0 \quad (13)$$

Poglejmo, kako se ničle enačbe (13) odvisne od parametra β . Za $\beta = 0$ ima enačba (13) eno samo negativno realno ničlo $z = -1$. Za $\beta < e^{-1}$ ima dve negativni realni ničli, za $\beta = e^{-1}$ pa eno negativno realno ničlo in v obeh primerih neskončno konjugirano kompleksnih ničel z negativnimi realnimi komponentami ([5], [9]). Za $\beta > e^{-1}$ so koreni enačbe konjugirano kompleksna števila z negativnimi realnimi komponentami. Da dobimo mejni primer, ko prvi izmed korenov doseže os y vstavimo v enačbo (13) vrednost $z = iy$. Po ureditvi dobimo sistem dveh enečb

$$-y \sin \beta y + 1 = 0 \quad y \cos \beta y = 0 \quad (14)$$

ki ima rešitev $y = 1$ in $\beta = \pi/2$. Gornje rezultate lahko strnemo v naslednje pogoje lokalne stabilnosti ([5], [9]):

- Za $\lambda T \geq \pi/2$ je sistem nestabilen.
- Za $e^{-1} < \lambda T < \pi/2$ je sistem stabilen. Hitrosti imajo obliko dušenega nihanja.
- Za $\lambda T \leq e^{-1}$ je sistem stabilen. Hitrosti imajo praktično obliko aperiodičnega dušenega nihanja.

Asimptotična stabilnost

Za ugotavljanje asimptotične stabilnosti opazujemo majhno motnjo $\varepsilon_k(t)$ v stacionarni rešitvi enačbe (1)

$$x_k = x_k(0) + v_0 t + \varepsilon_k(t) \quad (15)$$

Z upoštevanjem (15) preide enačba (1) v

$$\left. \frac{d^2 \varepsilon_k}{dt^2} \right|_t = \lambda \left[\frac{d\varepsilon_{k-1}}{dt} - \frac{d\varepsilon_k}{dt} \right]_{t-T} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (16)$$

Da ugotovimo stabilnost sistema na motnjo, ki ima frekvenco ω , vstavimo v enačbo (16) nastavek $\varepsilon_k = f_k e^{i\omega t}$. Po ureditvi dobimo

$$\frac{f_k}{f_{k-1}} = \frac{\lambda}{\lambda + i\omega e^{i\omega T}} \quad (17)$$

Velikost ojačanja je torej

$$\left| \frac{f_k}{f_{k-1}} \right| = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 2\lambda\omega \sin \omega T + \omega^2}} \quad (18)$$

Sistem bo asimptotično stabilen, če se bo amplituda vala manjšala vzdolž kolone, t.j. če bo $\left| \frac{f_k}{f_{k-1}} \right| < 1$. V primeru (18) bo to veljalo, če bo izpolnjen pogoj

$$\frac{\sin \omega T}{\omega T} < \frac{1}{2\lambda T} \quad (19)$$

Ker je $\lim_{\omega T \rightarrow 0} \frac{\sin \omega T}{\omega T} = 1$ bo sistem asimptotično stabilen za vsako frekvenco ω pri pogoju

$$\lambda T < \frac{1}{2} \quad (20)$$

Pogoj asimptotične stabilnosti je torej nižji od pogoja lokalne stabilnosti, ki je $\lambda T < \pi/2 \approx 1.57$ in višji od meje aperiodičnega dušenja $\lambda T = e^{-1} \approx 0.368$. Model, ki ga podaja Drew ([2]) z vrednostjo $\lambda = 1/T$ je torej asimptotično nestabilen.

Kalifornijski model

Temeljna enačba Kalifornijskega modela je ([1],[6])

$$\left. \frac{dv_k}{dt} \right|_t = \lambda [x_{k-1} - x_k - L - T_1 v_k]_{t-T} \quad (21)$$

S transformacijo

$$x_k(t) = x_k(0) + y_k(t) \quad (22)$$

preide enačba (21) v

$$\left. \frac{dv_k}{dt} \right|_t = \lambda [y_{k-1} - y_k - T_1 v_k]_{t-T} \quad (23)$$

z začetnimi pogoji

$$y_k(0) = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (24)$$

Postopek analize modela je sedaj enak kot pri Chandlerjevem modelu. Če na enačbo (23) uporabimo Laplaceovo transformacijo dobimo

$$\tilde{y}_k(s) = \frac{\lambda \tilde{y}_{k-1}}{\lambda(1+T_1s) + s^2 e^{sT}} = \frac{\lambda^k \tilde{y}_0}{[\lambda(1+T_1s) + s^2 e^{sT}]^k} \quad (25)$$

in od tu hitrost

$$\tilde{v}_k(s) = \frac{\lambda^k \tilde{v}_0}{[\lambda(1+T_1s) + s^2 e^{sT}]^k} = \frac{\lambda^k v_0}{s[\lambda(1+T_1s) + s^2 e^{sT}]^k} \quad (26)$$

Stacionarno stanje

S pomočjo enačbe (26) dobimo stacionarno stanje hitrosti in razmaka

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \tilde{v}_k(s) = v_0 \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\lambda^k}{[\lambda(1+T_1s) + s^2 e^{sT}]^k} = v_0 \quad (27)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s [\tilde{y}_{k-1}(s) - \tilde{y}_k(s)] = v_0 \lim_{s \rightarrow 0} \frac{T_1 + s e^{sT}}{[\lambda(1+T_1s) + s^2 e^{sT}]^k} = v_0 T_1 \quad (28)$$

Razmak med vozili v stacionarnem stanju je tore enaka varnostni razdalji pri reakcijskem času T_1 .

Lokalna stabilnost

Kot prvo si oglejmo dva posebna primera. Za $T_1 = 0$ dobimo model, pri katerem voznik prilagaja hitrost spremembi razdalje do vozila pred seboj. Karakteristična enačba

$$s^2 e^{sT} + \lambda = 0 \quad (29)$$

nima rešitev, ki bi ležale na negativnem delu realne osi zato je v tem primeru sistem nestabilen.

V posebnem primeru $T = 0$ je karakteristična enačba

$$s^2 + \lambda T_1 s + \lambda = 0 \quad (30)$$

Ker je $\lambda T_1 > 0$ pomeni, da je sistem v vsakem primeru stabilen. Tako imamo

- Za $0 < \lambda T_1^2 < 4$ imajo hitrosti obliko dušenega nihanja.
- Za $\lambda T_1^2 \geq 4$ imajo hitrosti obliko aperioidičnega dušenega nihanja.

Oglejmo si splošni primer. Z uvedbo nove spremenljivke $z = T_1 s$ lahko karakteristično enačbo zapišemo v obliki

$$z^2 e^{\beta z} + \alpha (z + 1) = 0 \quad (31)$$

pri čemer sta $\alpha = \lambda T_1^2$ in $\beta = T/T_1$. Primer grafa te enačbe je prikazan na sliki 4. Enačba ima vedno eno negativno realno ničlo in neskončno število konjugirano kompleksnih ničel.

Za majhne vrednosti β imamo

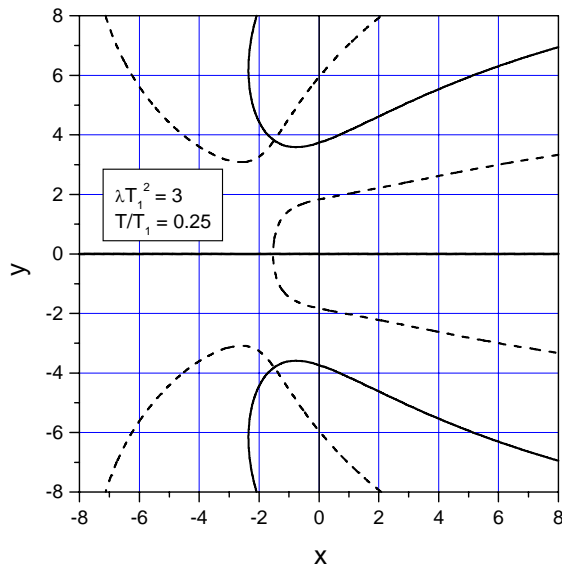
$$z^2 + \alpha (1 + z) (1 - \beta z + O(\beta^2)) = 0 \quad (32)$$

kar da kvadratno enačbo

$$(1 - \beta \alpha) z^2 + \alpha (1 - \beta) z + \alpha = 0 \quad (33)$$

Realni deli rešitve bodo negativni, če bo izpolnjen pogoj $\alpha \beta < 1$. Sistem bo torej stabilen, če bo

$$\lambda T T_1 < 1 \quad (34)$$



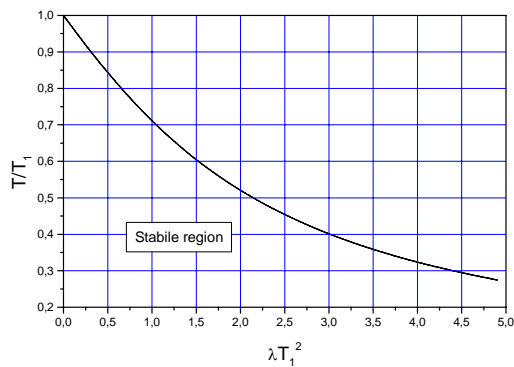
Slika 4: Graf enačbe (42) : $e^{\beta x} [(x^2 - y^2) \sin \beta y + 2xy \cos \beta y] + \alpha y = 0$ (—) in $e^{\beta x} [(x^2 - y^2) \cos \beta y - 2xy \sin \beta y] + \alpha x + \alpha = 0$ (- - - -)

Mejni primer, ko ničle dosežejo pozitivni del kompleksne ravnine dobimo, če vstavimo v enačbo (31) vrednost $z = iy$. Na ta način dobimo sistem dveh enačb

$$-y^2 \cos \beta y + \alpha = 0 \quad -y \sin \beta y + \alpha = 0 \quad (35)$$

ki ima parametrično rešitev

$$\alpha = y \sin \tan(y) \quad \beta = -\frac{\tan(y)}{y} \quad (36)$$



Slika 5 : Meja negativnih realnih komponent rešitve enačbe (42)

Če iz teh enačb izločimo parameter y , dobimo neposredno zvezo $\beta = f(\alpha)$. Graf te funkcije je prikazan na sliki 5. Vrednosti, ki jih daje ta zveza so nekoliko višje kot vrednosti, ki jih določa pogoj (34).

Asimptotična stabilnost

Za ugotavljanje asimptotične stabilnosti postopamo tako ko v primeru Chandlerjevega modela. Izhodiščna enačba je v tem primeru

$$\left. \frac{d^2 \varepsilon_k}{dt^2} \right|_t = \lambda \left[\varepsilon_{k-1} - \varepsilon_k - T_1 \frac{d\varepsilon_k}{dt} \right]_{t-T} \quad (37)$$

Z nastavkom $\varepsilon_k = f_k e^{i\omega t}$ dobimo

$$\frac{f_k}{f_{k-1}} = \frac{\lambda}{\lambda + i\lambda\omega T_1 - \omega^2 e^{i\omega T}} \quad (38)$$

in od tu razmerje amplitud

$$\left| \frac{f_k}{f_{k-1}} \right| = \frac{\lambda}{\sqrt{\omega^4 + (\lambda\omega T_1)^2 - 2\lambda\omega^2(T_1\omega \sin \omega T + \cos \omega T) + \lambda^2}} \quad (39)$$

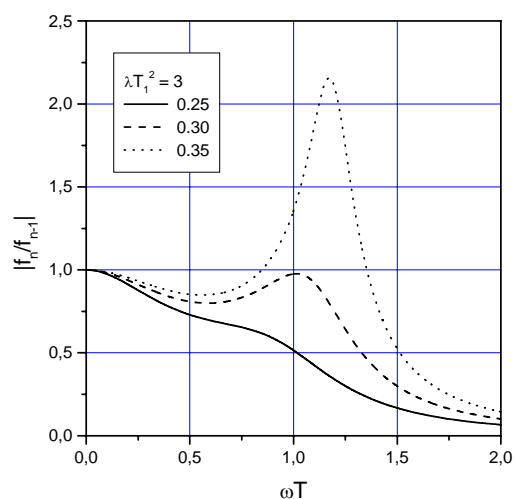
Primer grafa (39) je prikazan na sliki 6. Za velike frekvence ω je sistem stabilen saj je

$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{f_k}{f_{k-1}} \right| = 0$. Za majhne frekvence ω pa velja razvoj v Taylorjevo vrsto

$$\left| \frac{f_k}{f_{k-1}} \right| = 1 + \frac{2 - \lambda T_1^2}{2\lambda} \omega^2 + O(\omega^4) < 1 \quad (40)$$

zato je sistem asimptotično stabilen za

$$\lambda T_1^2 > 2 \quad (41)$$



Slika 6: Razmerje amplitud pri $\lambda T_1^2 = 3$ za različne vrednosti T/T_1

Numerični izračun

Za numerično reševanje enačbe (1) je najprimernejša Eulerjeva eksplicitna metoda, ki ima v linearnem primeru enako natančnost kot metoda četrtega reda tipa Runge-Kutta. Po Eulerjevi metodi razdelimo časovno os na enake časovne intervale Δt , časovne odvode pa aproksimiramo s končnimi diferencami

$$\begin{aligned} \left. \frac{dx_n}{dt} \right|_t &\approx \frac{x_{n,k+1} - x_{n,k}}{\Delta t} \\ \left. \frac{dv_n}{dt} \right|_t &\approx \frac{v_{n,k+1} - v_{n,k}}{\Delta t} \end{aligned} \quad (42)$$

pri čemer sta

$$\begin{aligned} x_{k,n} &= x_k(t_n) = x_k(n \Delta t) \\ v_{k,n} &= v_k(t_n) = v_k(n \Delta t) \end{aligned} \quad (43)$$

Naj bo zakasnitev T določena tako, da je mnogokratnik intervala Δt

$$T = m \Delta t \quad (44)$$

potem sta časovni zakasnitvi lege in hitrosti

$$\begin{aligned} x_{k,n-m} &= x_k(t_n - T) = x_k(n \Delta t - m \Delta t) \\ v_{k,n-m} &= v_k(t_n - T) = v_k(n \Delta t - m \Delta t) \end{aligned} \quad (45)$$

Če vsatvimo (45) in (42) v enačbo (1) dobimo sistem diferenčnih enačb z dvema neodvisnima spremenljivkama k in n :

$$\begin{aligned}x_{k,n+1} &= x_{k,n} + \Delta t v_{k,n} \\v_{k,n+1} &= v_{k,n} + \lambda \Delta t (v_{k-1,n-m} - v_{k,n-m})\end{aligned}\quad (46)$$

ki ga lahko rešujemo po korakih, če je znan zakon gibanja čelnega vozila. Pri znani hitrosti lahko pospešek izračunamo po približni formuli

$$a_{k,n} = \frac{v_{k,n+1} - v_{k,n}}{\Delta t} \quad (47)$$

Računski postopek je numerično stabilen za $\lambda \Delta t < 1$.

Predpostavimo, da je pospešek čelnega vozila podan s stopničasto funkcijo, ki je definirana na m_0 časovnih intervalih

$$a_0(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ a_0^{(j)} & t_{j-1} \leq t < t_j \\ 0 & t \geq t_{m_0} \end{cases} \quad (48)$$

Hitrost je potem

$$\begin{aligned}v(t) &= v_0 + \int_0^t a(t) dt = \\ &= v_0 + \sum_{l=1}^{j-1} a_0^{(l)} (t_l - t_{l-1}) + a_0^{(j)} (t - t_{j-1})_+\end{aligned}\quad (49)$$

pri čemer je

$$(t - t_j)_+ = \begin{cases} 0 & t < t_j \\ t - t_j & t \geq t_j \end{cases}$$

Gornjo formulo lahko s pomočjo identitete

$$t_l - t_{l-1} = (t - t_{l-1}) - (t - t_l) \quad (50)$$

zapišemo tudi v obliki, ki je primernejša za programiranje

$$v(t) = v_0 + \sum_{l=1}^j (a_0^{(l)} - a_0^{(l-1)}) (t - t_{l-1})_+ \quad (51)$$

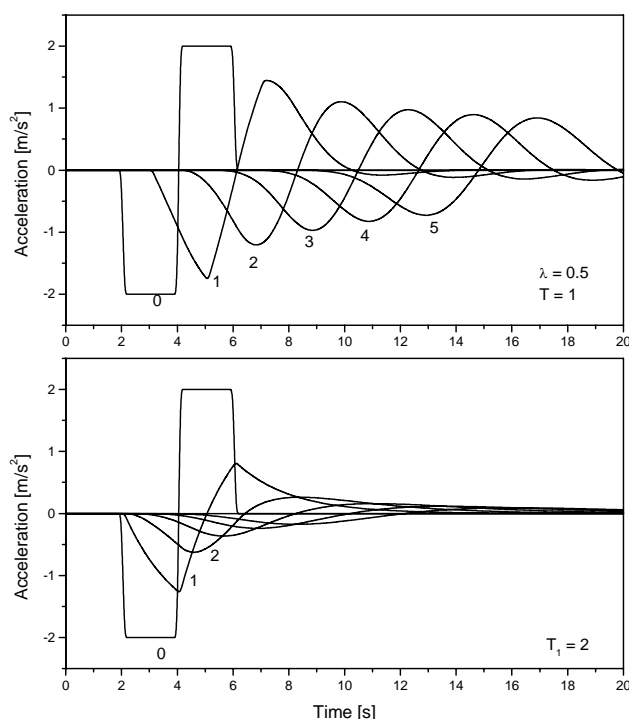
pri čemer gre $j = 1, 2, \dots, m_0 + 1$. in je $a_0^{(0)} = a_0^{(m_0+1)} = 0$.

Na osnovi sistema enačb (46) in (51) je bil izdelan računalniški program, ki kot vhodne podatke sprejme število vozil v koloni, senzitivnost, zakasnitev, dolžino vozil, začetno hitrost kolone in čelnega vozila ter tabelo pospeškov čelnega vozila. Rezulti izračuna so tabele in grafi, ki popisujejo časovno spreminjanje pospeškov, hitrosti in lege posameznih vozil v koloni. Program je bil izdelan v dveh verzijah in to za Matlab interpretor, ter kot QuickWindows aplikacija v Fortran90.

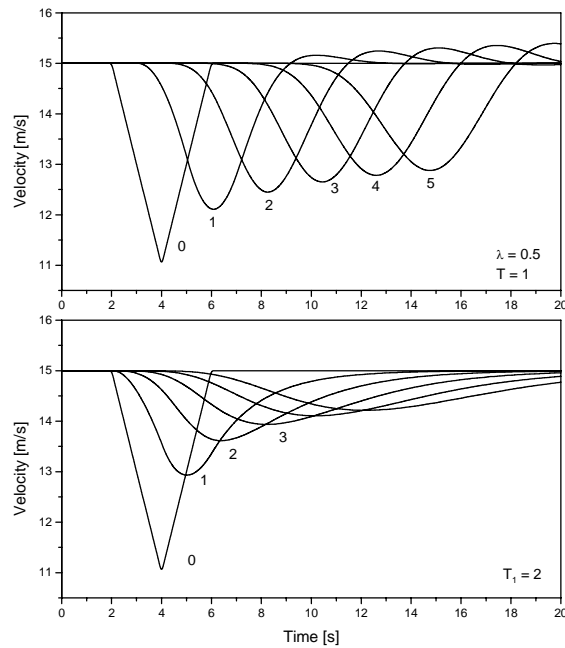
Kot numerični zgled vzamemo naslednje podatke:

$$a_0(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ -2 & 2 \leq t < 4 \\ 2 & 4 \leq t < 6 \\ 0 & t \geq 6 \end{cases} \quad (52)$$

ki simulirajo nenadno zaviranje in pospeševanje čelnega vozila ([5]). Začetna hitrostjo kolone in čelnega vozila naj bo $v_0 = 15[m/s]$, ter dolžina vozil $L = 5[m]$. Rezultati izračuna za Chandlerjev modela pri $\lambda = 0.5$ in $T = 1$ ter Pipesov modela pri $T_1 = 2$ so prikazani na slikah 1, 2 in 3. Razmak med vozili v stacionarnem stanju je v obeh primerih enak $d = 30[m]$.



Slika 1: Pospeški kolone vozil pri nenadnem zaviranju in pospeševanju čelnega vozila za Chandlerjev model pri $\lambda = 0.5$ in $T = 1$, ter Pipesov model pri $T_1 = 2$

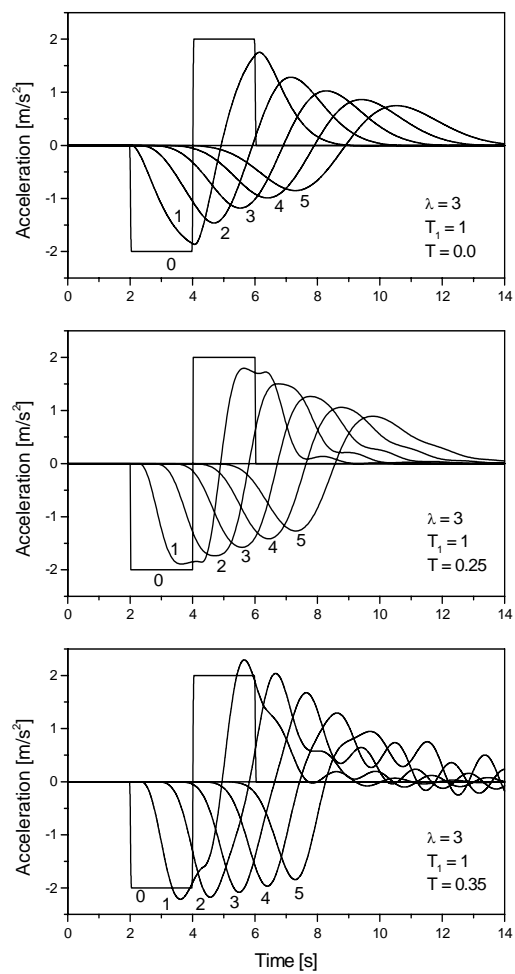


Slika 2: Hitrosti kolone vozil pri nenadnem zaviranju in pospeševanju čelnega vozila za Chandlerjev model pri $\lambda = 0.5$ in $T = 1$ ter Pipesov model pri $T_1 = 2$

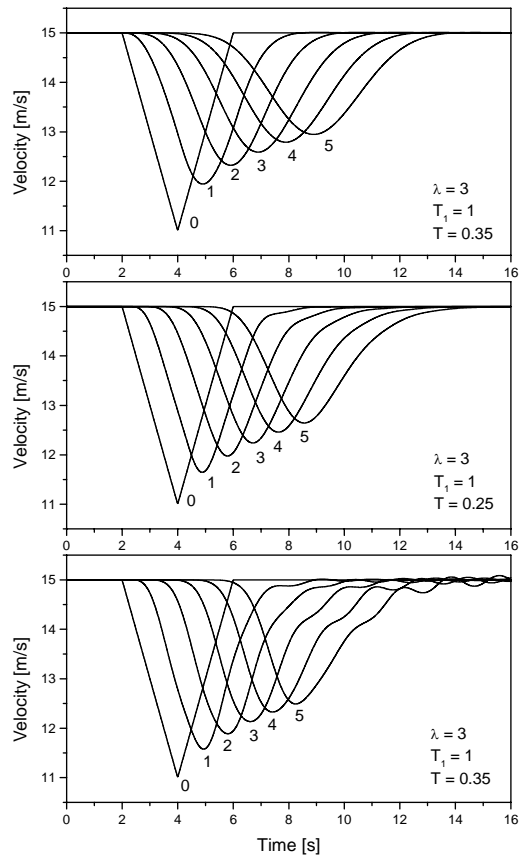
Po podobnem postopku kot pri Chandlerjevem modelu pridemo do naslednjega sistema diferencialnih enačb

$$\begin{aligned}
 x_{k,n+1} &= x_{k,n} + \Delta t v_{k,n} \\
 v_{k,n+1} &= v_{k,n} + \lambda \Delta t (x_{k-1,n-m} - x_{k,n-m} - L - T_1 v_{k,n-m})
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

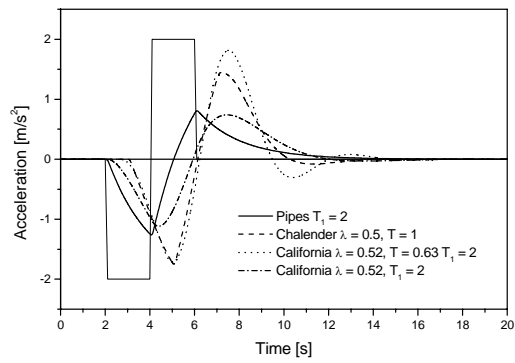
Za numerični primer smo vzeli model z $\lambda = 3$ in tri različne primere vrednosti T_1 in T . Rezultati izračunov so prikazani na slikah 7, 8 in 9.



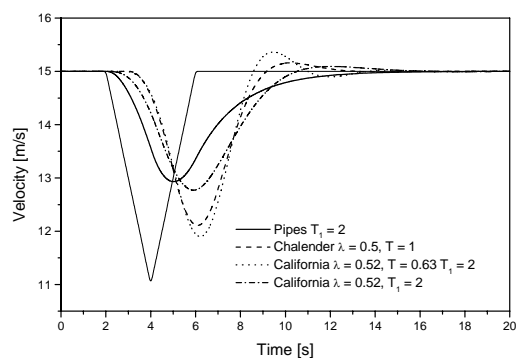
Slika 7: Primerjava pospeškov kolone vozil pri nenadnem zaviranju in pospeševanju čelnega vozila za Kalifornijski model.



Slika 8: Primerjava hitrosti kolone vozil pri nenadnem zaviranju in pospeševanju čelnega vozila za Kalifornijski model.



Slika 10: Primerjava pospeška prvega vozila v koloni za različne modele



Slika 11: Primerjava hitrosti prvega vozila v koloni za različne modele

Primerjava modelov

Za primerjavo modelov smo vzeli Pipesov model z $T_1 = 2$, Chandlerjev model z $\lambda = 0.5$ in $T = 1$, ter dva primera Kalifornijskega modela z $\lambda = 0.52$, $T_1 = 2$ in $T = 0$ ter $T = 0.63$. Rezultati izračunov za prvo vozilo v koloni so prikazani na slikah 10, 11 in 12. Iz slike 10 in 11 vidimo podobnost Pipesovega in Kalifornijskega modela brez zakasnitve ter Chandlerjevega modela in Kalifornijskega modela z zakasnitvijo. Iz slike 12 pa vidimo, da dajejo trije modeli skoraj enako sliko med razmakom in relativno hitrostjo, odstopa le Kalifornijski model z zakasnitvijo.

Zaključek

V tem prispevku sta bila analitično in numerično obdelana dva klasična linearna modela gibanja kolone vozil. Oba modela sta za določene vrednosti parametrov lokalno in asimptotično stabilna. Numerični primeri so nadalje pokazali, da dajeta oba modela podobne rezultate. Za Kalifornijski model je bilo pokazano, da je lokalna stabilnost odvisna od zakasnitve T , kar je v nasprotju z trditvijo Hollanda ([6]),

Literatura

- [1] Chandler R.E., R.Herman, E.W. Montrol, *Traffic Dynamics: Studies In Car Following*, Opns. Res, **6**, pp 165-148, 1958
- [2] Drew R.D., *Traffic Flow Theory and Control*, McGraw-Hill, 1968
- [3] Gartner N.H., C.J. Messer, A.K. Rathi (editors), *Monograph on Traffic Flow Theory*, National Highway Institute of the FHWA, 1997
- [4] Gazis C.G (editor), *Traffic Science*, Wiley-Interscience Publication, 1974
- [5] Herman R., E.W. Elliot, R.B. Potts, R.W. Rothery, *Traffic Dynamics: Analysis of Stability in Car Following*, Opns. Res, **17**, pp 86-106, 1958
- [6] Holland E.N., *A Generalized Stability Criterion for Motorway Traffic*, Transpn. Res. B, **32**, pp. 141-154, 1998
- [7] Leutzbach W., *Introduction to the Theory of Traffic Flow*, Springer-Verlag, 1988
- [8] Pipes L.A., *An Operational Analysis of Traffic Dynamics*, J. Appl. Phys., **24**, pp. 274-281, 1953

- [9] Zhang X., D.F. Jarret, *Stability Analysis of Classical Car-Following Model*,
Transpn. Res. B, **31**, pp. 441-462, 1997
- [10] Wohl M., B.V. Martin, *Traffic System Analysis*, McGraw-Hill, 1967