

$$\omega^2 = (12g/b)(1 - \cos\varphi)/(1 + 3\sin^2\varphi)$$

$$\omega_1 = \omega(90^\circ) = (3g/b)^{1/2}$$

Težišče palice pada s pospeškom :

$$a_y = g - (b/12\sin\varphi)d\omega^2/d\varphi =$$

$$= 3g(3\cos^4\varphi - 9\cos^2\varphi - 2\cos\varphi + 4)/(1 + 3\sin^2\varphi)^2$$

$$a_y = 3g/4 \text{ pri } \varphi = 90^\circ, \text{ ko palica udari ob tla.}$$

GIBALNA IN VERTILNA KOLIČINA

225./Enaki žogi mase m (0,2kg) se gibljeta z enako velikima hitrostima: $v_1 = v_2 = v$ (5m/s). Količna je celotna gibalna količina obeh žog, če se žogi gibljeta a) v isti smeri, b) v nasprotni smeri in c) v pravokotnih smereh?

$$\vec{G} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

$$G = |\vec{G}| = m(v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\varphi)^{1/2}$$

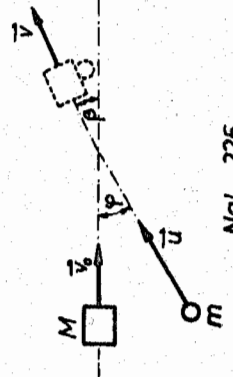
φ je kot med smerema gibanja žog.

a) $\varphi = 0, G = m(v_1 + v_2) = 2mv = 2\text{kgm/s}$

b) $\varphi = \pi, G = m(v_1 - v_2) = 0$

c) $\varphi = \pi/2, G = m(v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = mv\sqrt{2} = 1,41 \text{ kgm/s}$

226./Blok mase M (5kg) drsi po ravni podlagi s stalno hitrostjo v_0 (12m/s). Pod kotom $\varphi(30^\circ)$ glede na smer gibanja bloka ustrelimo v blok kroglo mase m (0,1kg), ki se



Nal. 226

giblje s hitrostjo u (600m/s). Pod kolikšnim kotom (β) in s kolikšno hitrostjo (v) se blok giblje potem, ko kroglica obtiči v njem?

$$M\vec{v}_0 + m\vec{u} = (M + m)\vec{v} \text{ ali v projekcijah:}$$

$$Mv_0 + mucos\varphi = (M + m)v\cos\beta$$

$$m\sin\varphi = (M + m)v\sin\beta$$

Enačbi delimo: $\text{tg}\beta = m\sin\varphi / (Mv_0 + mucos\varphi)$

Enačbi kvadriramo in seštejemo:

$$v^2 = (M^2v_0^2 + m^2u^2 + 2Mmuv_0\cos\varphi) / (M+m)^2$$

$$v = 22,7\text{m/s}, \beta = 15^\circ$$

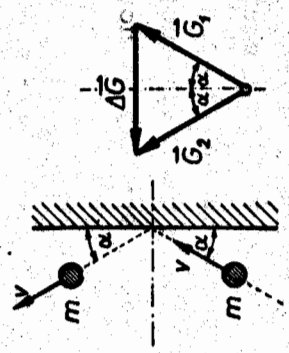
227./Na telo mase m (200g), ki v začetku miruje, začne delovati stalna sila F (20N). Količna sta sunek sile in hitrost telesa po času t (0,03s)?

Sunek stalne sile = $Ft = 0,6\text{Ns}$

$$\Delta G = Ft = mv - 0 = mv, v = Ft/m = 3\text{m/s}$$

228./Žoga mase m (0,5kg) se zaleti v zid s hitrostjo v (10 m/s) pod kotom $\alpha(30^\circ)$.

Kolikšna je sprememba gibalne količine žoge, če se žoga odbije od zidu pod enakim kotom in z enako veliko hitrostjo?



Nal. 228

Narišemo vektorja gibalne količine žoge pred odbojem (\vec{G}_1) in po odboju (\vec{G}_2). Vektorja sta enako dolga: $G_1 = G_2 = mv$. Razlika obeh vektorjev je pravokotna na zid in znaša:

$$\Delta G = 2mvsin\alpha = 5\text{kgm/s}$$

229./Krogla mase m (12g) se giblje skozi puškino cev; zapusti jo po času t (0,003s) s hitrostjo v (700m/s). Količna je gibalna količina (G) krogle ob izstopu iz ce-

vi? Kolikšna povprečna sila (F) je delovala na kroglo v cevi? S kolikšno hitrostjo (v_1) se puška premakne, ko krogla zapusti cev? Masa puške je M (4kg). Izračunaj povprečni pospešek (a) krogle v cevi ter dolžino (b) puške cevi!

$$G = mv = 0,012 \text{ kg} \cdot 700 \text{ m/s} = 8,4 \text{ kgm/s}$$

$$Ft = G, \quad F = G/t = 2800 \text{ kgm/s}^2 = 2800 \text{ N} = 280 \text{ kp}$$

$$mv = Mv_1, \quad v_1 = mv/M = 2,1 \text{ m/s}$$

$$F = ma, \quad a = F/m = 2,34 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$$

$$b = at^2/2 = 1,05 \text{ m}$$

230./Človek mase m (80kg) se po lestvi vzpenja na helikopter mase M (2500kg), ki lebdi v zraku. S kolikšno hitrostjo (v) se zaradi tega helikopter premika? Hitrost vzpenjanja človeka glede na lestev je v_0 (0,5m/s).

Helikopter se spušča s hitrostjo v; človek se torej dviguje s hitrostjo $v_0 - v$ (glede na tla!). Gibalni količini sta enaki:

$$Mv = m(v_0 - v), \quad v = mv_0/(M + m) = 0,015 \text{ m/s}$$

231./Balon se dviguje s stalno hitrostjo v_1 (10m/s), ko z balona odvržemo navzdol vrečo peska s hitrostjo v_2 (10m/s) glede na balon. Za koliko se pri tem hitrost balona spremeni (Δv), če je masa vreče n (2) krat manjša od mase preostalega balona (m)?

$$m(v_1 + \Delta v) - (m/n)(v_2 - v_1) = (1 + 1/n)mv_1$$

$$\Delta v = v_2/n = 5 \text{ m/s}$$

232./Vagon mase M (1,5t) se giblje po vodoravnem tiru enakomerno s hitrostjo v (85km/h). Z višine H (20m) spuščamo telo mase m (500kg), tako da pade na vagon pravokotno glede na smer gibanja vagona. S kolikšno hitrostjo (v_1) se nato gibljeta telo in vagon?

Gibalna količina padajočega telesa glede na smer gibanja vagona je nič, torej se gibalna količina vagona ne spremeni. Hitrost vagona se zmanjša zato, ker se zaradi padlega telesa poveča masa:

$$Mv = (M + m)v_1, \quad v_1 = Mv/(M + m) = 17,7 \text{ m/s}$$

(Podatek višina H je potemtakem odveč!)

233./Vagon mase m se giblje po vodoravnem tiru s hitrostjo v_0 , ko nanj začne padati dež. Dež pada enakomerno z masnim tokom φ_m . Kako se hitrost vagona spreminja s časom?

V trenutku t je masa vagona $m(t) = m + \varphi_m t$, hitrost vagona je $v(t)$. Gibalna količina vagona se zaradi dežja ne spreminja, zato velja:

$$m(t)v(t) = mv_0, \quad v(t) = mv_0/(m + \varphi_m t)$$

234./Tovornjaka z masama m_1 (30t) in m_2 (50t) istočasno zapuščata trajekt; gibljeta se vstric in enako hitro, s hitrostjo v (2m/s) glede na obalo. S kolikšno hitrostjo (v_1) se trajekt premakne, ko ga tovarnjaka zapusti? Masa trajekta je M (1000t).

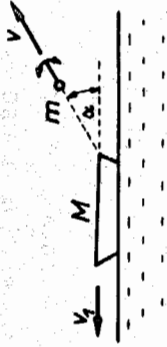
$$(m_1 + m_2)v = Mv_1, \quad v_1 = v(m_1 + m_2)/M = 0,1 \text{ m/s}$$

235./Vlak vozi na trajekt enakomerno s hitrostjo v (2m/s). S kolikšno silo (F) vlak napenja vrvi, s katerimi je trajekt privezan na obalo? Masa na enoto dolžine vлека je μ (2t/m).

Sila F je enaka gibalni količini, ki jo vlak v enoti časa "pripelje" na trajekt, to je:

$$F = (\mu v)v = \mu v^2 = 2000 \text{ (kg/m)} \cdot 4 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 8000 \text{ N} = 800 \text{ kp}$$

236./Čoln mase M (200kg) miruje na morskem gladini. S čolna odvrže žemo sidro mase m (30kg) s hitrostjo v (5m/s) pod kotom α (30°) glede na morsk gladino. S kolikšno hitrostjo (v_1) se čoln pri tem premakne?

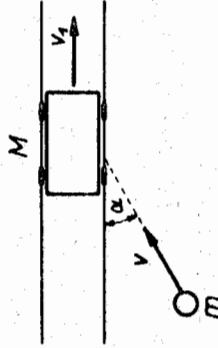


Nal. 236

Ker se čoln premika v vodoravni smeri, je pomembna vodoravna projekcija hitrosti sidra:

$$Mv_1 = mv \cos \alpha, \quad v_1 = (mv/M) \cos \alpha = 0,64 \text{ m/s}$$

237./Vagonček mase M (200kg) miruje na vodoravnem tiru. Pod kotom α (30°) glede na tir priteče človek mase m (80kg) in skoči na vagonček s hitrostjo v (4m/s). S kolikšno hitrostjo (v_1) se vagonček začne premikati? Kolikšen sunek sile (Ft) tračnic ali prevzameta v prečni smeri?



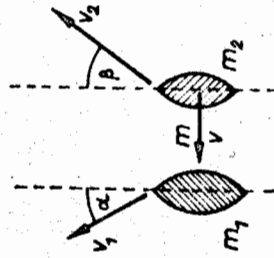
Nal. 237

$$(m + M)v_1 = mv \cos \alpha, \quad v_1 = mv \cos \alpha / (m + M) = 0,99 \text{ m/s}$$

Sunek v prečni smeri je enak prečni projekciji prave jete gibalne količine:

$$Ft = mv \sin \alpha = 160 \text{ kgm/s}$$

238./Čoln mase m_1 (300kg) se giblje enakomerno s hitrostjo u_1 (6m/s). Dohiteva ga drugi čoln mase m_2 (200kg), ki vozi s hitrostjo u_2 (10m/s) v isti smeri. Ko pride poleg, skoči človek mase m (60kg) iz drugega čolna v prvi čoln s hitrostjo v (15m/s) pravokotno na smer gibanja čolnov. Kako se čolna gibljeta potem?



Nal. 238

Prvi čoln prejme gibalno količino mv v pravokotni smeri, zato se njegov vektor hitrosti odkloni za kot α . Velja:

$$mv = (m_1 + m)v_1 \sin \alpha \quad \text{in} \quad m_1 u_1 = (m_1 + m)v_1 \cos \alpha$$

Iz obeh enačb izračunamo:

$$\tan \alpha = mv / (m_1 u_1), \quad \alpha = 26,5^\circ \quad \text{ter}$$

$$v_1^2 = (m^2 v^2 + m_1^2 u_1^2) / (m_1 + m)^2, \quad v_1 = 5,58 \text{ m/s}$$

Hitrost drugega čolna se odkloni v nasprotno smer za kot β :

$$mv = m_2 v_2 \sin \beta \quad \text{ter} \quad (m_2 + m)u_2 = m_2 v_2 \cos \beta$$

$$\tan \beta = (v/u_2)m / (m_2 + m) = 0,346, \quad \beta = 19,1^\circ$$

$$m_2^2 v_2^2 = m^2 v^2 + (m_2 + m)^2 u_2^2, \quad v_2 = 13,7 \text{ m/s}$$

239./Raketno orožje na mirujočem železniškem vagonu izstreljuje raketo mase m (200kg) z začetno hitrostjo v_0 (1000 m/s) pod kotom α (45°) glede na smer vodoravnih železniških tračnic. S kolikšno hitrostjo (v) se vagon premakne ob izstrelitvi? Masa vagona z orožjem vred je M (20t).

$$Mv = mv_0 \cos \alpha, \quad v = 7,07 \text{ m/s}$$

240./Na jezeru mirujeta čolna, med katerima je napeta vrvi. Človek, ki sedi v prvem čolnu, vleče vrvi s stalno silo F (20kp). Kolikšna je hitrost prvega čolna glede na obalo (v_1) in glede na drugi čoln (v_r) po času t (2s) od začetka? Masa prvega čolna s človekom vred znaša m_1 (450kg), masa drugega čolna je m_2 (200kg).

Nalogo bomo rešili na dva načina:

a) z uporabo izreka: sunek sile je enak spremembi gibalne količine.

$$Ft = m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$v_1 = Ft / m_1 = 0,89 \text{ m/s} = \text{hitrost prvega čolna glede na obalo}$$

$$v_2 = Ft / m_2 = 2 \text{ m/s} = \text{hitrost drugega čolna glede na obalo}$$