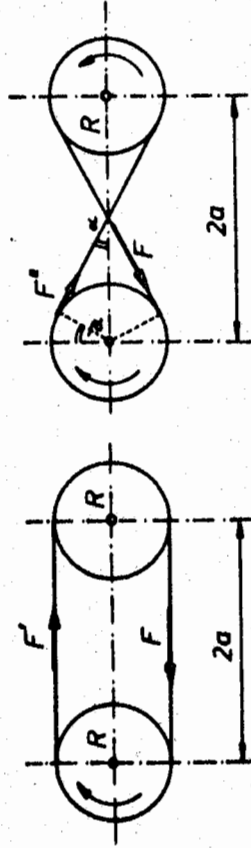


$$F_a = Na/3, F_t = k_t N = 3k_t F$$

$$mgr = F_t R = 3k_t FR \text{ ali } F = mgr/3k_t R = 55,6 \text{ kP}$$

127./Jerme n je navit okrog dveh enakih jerme nic polmera R (10cm); razdalja med središčema jerme nic je 2a (30cm). Največ kolikšen vrtilni moment (M) lahko prenesemo z ene jerme nice na drugo, če je koeficient lepenja med jerme nico in jerme nom k_1 (0,3) in če jerme n prenese največ silo F (400kP). Kaj pa če jerme n navijemo v obliki osmice?



Nal. 127

$$F = F' \exp(\pi k_1), M = (F - F')R = FR[1 - \exp(-\pi k_1)]$$

$$M = 24,4 \text{ kPm}$$

Drugi primer: $F = F' \exp[k_1(\pi + 2\alpha)]$, $\sin \alpha = R/a$
 $\alpha = 41,8^\circ, M' = (F - F')R = 30 \text{ kPm}$

DINAMIKA PREMOČRTNEGA GIBANJA

128./Telo z maso m (10kg) potiskamo s silo F (10kP). Kolikšen je pospešek (a) telesa?

$$a = F/m = 10 \text{ kP}/10 \text{ kg} = g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{kP} = \text{g} \cdot \text{kg} = 9,8 \text{ kgm/s}^2)$$

129./ Na telo z maso m (20kg) delujeta v nasprotnih smereh sili F_1 (30N) in F_2 (10N). a/ V kateri smeri se telo pospešuje? b/ Kolikšen je pospešek gibanja? c/ Kolikšna je hitrost telesa po času t (10s) od začetka de-

lovanja sil, če je telo v začetku mirovalo? č/ Kolikšno pot telo naredi v tem času? d/ Kako se telo giblje naprej, če v trenutku $t_1 = 10\text{s}$ preneha delovati močnejša sila F_1 ? Kdaj se telo ustavi in kako se giblje naprej? e/ Po kolikšnem času (t_2) telo doseže izhodiščno točko?

a/ Telo se pospešuje v smeri močnejše sile F_1 .

$$b/ a = (F_1 - F_2)/m = 20\text{N}/20\text{kg} = 1\text{m/s}^2.$$

$$c/ v_1 = at_1 = 10\text{m/s}$$

$$č/ s_1 = at_1^2/2 = 50\text{m}$$

d/ Telo se giblje naprej enakomerno pojemajoče s pojemkom $a_1 = F_2/m = 0,5\text{m/s}^2$. Ustavi se po času t' : $v_1 - a_1 t' = 0, t' = v_1/a_1 = 20\text{s}$. Nato se giblje enakomerno pospešeno s pospeškom a_1 v smeri sile F_2 .

e/ $s_2 = a_1 t'^2/2 = 100\text{m}$ = pot med pojemajočim gibanjem do ustavitve. Nato telo preteče pot $s_1 + s_2$ (do izhodišča) v času t_2 : $s_1 + s_2 = a_1 t_2^2/2, t_2 = 24,5\text{s}$. Telo doseže izhodiščno točko po času $t_1 + t' + t_2 = 54,5\text{s}$.

130./S kolikšno silo (F) moramo potiskati telo mase m (50kg), da bo telo napravilo pot s (100m) v času t (10s)? Trenje zanemarimo. Začetna hitrost je nič.

$$s = at^2/2, a = 2s/t^2 = 2\text{m/s}^2$$

$$F = ma = 100\text{kgm/s}^2 = 100\text{N}$$

131./Dvigalo mase m (8000kg) se spušča s hitrostjo v_0 (450m/min). Dvigalo je obešeno na jekleno vrvi, katere največja dovoljena obremenitev je F (14.000kP). Kolikšna je najkrajša razdalja (s), na kateri se dvigalo lahko ustavi?

Dokler se dvigalo giblje enakomerno, je sila v vrvi enaka teži dvigala (mg); pri pojemajočem gibanju s

pojmom a se poveča za ma . Največji dovoljeni pojemek dobimo iz enačbe: $F - mg = ma$, $a = F/m - g = 7,5m/s^2$.

$v_0 = at$, $t = v_0/a = 1s$ = najkrajši dovoljeni čas u-stavljanja dvigala.

$$s = at^2/2 = v_0^2/2a = 3,75m$$

132./S kolikšnim pospeškom telo drsi po klanecu z nagibom p ($5^\circ/00$), če je koeficient trenja k_t ($0,002$)? V kolikšnem času (t) prevozi pot s ($600m$), če je v začetku mirovalo?

$$a = g(\sin\varphi - k_t \cos\varphi) \quad (\text{gl.OF I, str.66!})$$

$$p = \tan\varphi = 0,005 \approx \varphi$$

$$a \approx g(\varphi - k_t) = 0,003g = 0,03m/s^2$$

$$s = at^2/2, t = 200s$$

133./Zračni balon, ki s tovorom vred tehta M ($500kg$), pada s pospeškom a ($0,2m/s^2$). Kolikšno breme (m) mora mo vreči iz balona, da se bo balon dvigoval s pospeškom a ? Upor zraka zanemarimo.

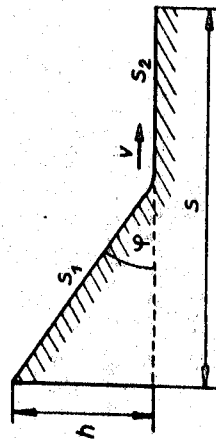
$$\text{Padanje balona: } Mg - F = Ma, \quad F = \text{vzgon}$$

$$\text{Dviganje balona: } F - (M-m)g = (M-m)a$$

$$\text{Enačbi seštejemo in dobimo: } mg = (2M-m)a \quad \text{ali}$$

$$m = 2M/(a + g) = 20kg$$

134./Sani začno drseti z vrha klanca višine h . Kolikšen je koeficient trenja (k_t), če se sani ustavijo na razdalji s ? Spremembo hitrosti ob prelomu klanca zanemarimo.



Nal. 134

Najprej izračunamo hitrost v na dnu klanca. Pospešek med drsenjem po klanecu je: $a = g(\sin\varphi - k_t \cos\varphi)$,

$$\sin\varphi = h/s_1, \cos\varphi = (s-s_2)/s_1$$

Sani se po vodoravni podlagi gibljejo pojemajoče s pojemkom $k_t g$ ($\varphi = 0!$); ustavijo se na razdalji s_2 . Velja: $v^2 = 2as_1 = 2k_t g s_2$ (gl.nalogo 14!). Dobimo:

$$s_1 \sin\varphi - k_t s_1 \cos\varphi = k_t s_2 \quad \text{ter } k_t = h/s$$

135./Telo mase m_1 ($10kg$) je z vrhovo zvezano z drugim telesom mase m_2 ($20kg$). S kolikšnim pospeškom (a) se telesi gibljeta po vodoravni gladki podlagi, če drugo telo vlečemo s silo F ($20N$) v vodoravni smeri? S kolikšno silo (F_1) je napeta vrv? Trenje zanemarimo.

Obe telesi se gib-

ljeta s pospeškom a :

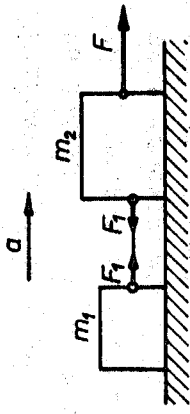
$$F_1 = m_1 a$$

$$F - F_1 = m_2 a$$

Odtod izračunamo:

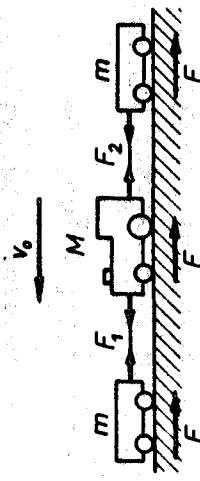
$$a = F/(m_1 + m_2) = 0,67m/s^2$$

$$F_1 = 6,67N$$



Nal. 135

136./Vlak je sestavljen iz lokomotive mase M ($30t$) in dveh vagonov mase m ($20t$); lokomotiva je v sredi. Pri hitrosti v_0 ($72km/h$) blokiramo vsa kolesa, tako da na vsak vagon in lokomotivo deluje enaka zaviralna sila F ($3000kp$). Kolikšna sila (F_1) deluje med prvim vagonom in lokomotivo in kolikšna (F_2) med lokomotivo ter zadnjim vagonom?



Nal. 136

Vagona in lokomotiva se zaradi vezi gibljejo z enakim pojemkom, zato velja:

$$(F + F_1)/m = (F - F_1 + F_2)/M = (F - F_2)m$$

$$F_2 = -F_1 = F(M - m)/(M + 2m) = 428,6kp$$

137./Voziček porinemo z začetno hitrostjo v_0 (5m/s) navzgor po klancu, katerega nagib je φ ($11,5^\circ$). Čez koliko časa se voziček pripelje nazaj? Trenje zanemarimo.

Voziček se giblje navzgor pojemajoče s pojemkom $g \sin \varphi$; ustavi se po času $t_1 = v_0 / g \sin \varphi$. Nato se giblje navzdol pospešeno s pospeškom $g \sin \varphi$; dno klancu doseže po času t_1 . Torej se pripelje nazaj po času $t = 2t_1 = 2v_0 / g \sin \varphi = 5,02s$.

138./Dvigalo mase m (200kg) in protiutež mase M (80kg) sta zvezani, kot kaže slika. S kolikšnima pospeškoma se gibljeta dvigalo (a_1) in protiutež (a_2)? Trenje in vrtenje škrpcev zanemarimo. Kolikšna je sila (F) v vrvi?

Če se protiutež dvigne za x , se dvigalo spusti za $x/2$, torej velja: $a_2 = 2a_1$.

$$mg - 2F = ma_1$$

$$F - Mg = Ma_2 = 2Ma_1$$

Iz enačb izračunamo: $a_1 = (m-2M)g / (m+4M) = 0,75m/s^2$, $a_2 = 2a_1 = 1,50m/s^2$, $F = 3mMg / (m+4M) = 92,3kp$

Nal. 138

139./Na vozičku mase M

(150kg) leži utež

mase m (25kg). Koe-

ficient trenja med

utežjo in vozičkom

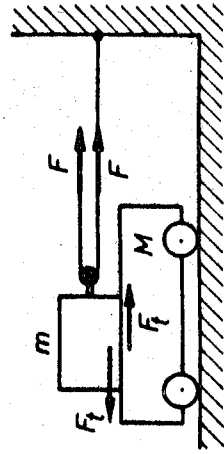
je k_t (0,2). Zgor-

njo utež vlečemo p-

reko škrpca s silo

F (10kp) v vodoravni smeri. S kolikšnim pospeškom se

giblje utež (a_1) in s kolikšnim voziček (a_2)?



Nal. 139

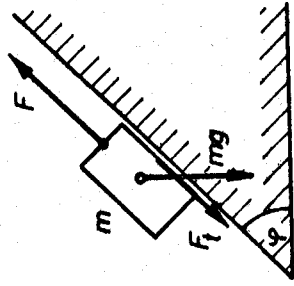
Utež vlečeta oba konca vrvi s silo $2F$, nasprotuje pa sila trenja med utežjo in vozičkom:

$$2F - F_t = ma_1, \quad F_t = k_t mg$$

$$a_1 = 2F/m - k_t g = 6m/s^2$$

Na voziček deluje sila trenja F_t v desno:

$$F_t = Ma_2, \quad a_2 = k_t gm/M = 0,33m/s^2$$



140./Na klancu z naklonskim kotom φ

(45°) leži zaboju mase m (30

kg). S kolikšno silo (F)

vzporedno z ravnino klancu

moramo vleči navzgor za -

boj, da naredi pot s (10m)

v času t (10s)? Koefficient

trenja je k_t (0,05).

Nal. 140

Iz poti in časa izračunamo, s kakšnim pospeškom

se mora zaboju gibati: $a = 2s/t^2 = 0,2m/s^2$.

$$F - mg \sin \varphi - F_t = ma, \quad F_t = k_t mg \cos \varphi$$

$$F = m(g \sin \varphi + k_t g \cos \varphi + a) = 228,7N$$

141./Sila F (15kp) potiska telesi

z masama m_1 (30kg) in m_2 (15

kg) navzgor po strmini z na-

klonskim kotom φ (5°). Koeffi-

cient trenja med telesoma in

strmino je k_t (0,2). Kolikšen

je pospešek gibanja (a)? S ko-

likšno silo (F_1) težeje telo

potiska lažje telo pred seboj?

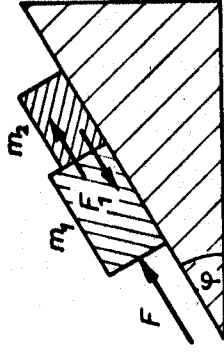
Gibanje spodnjega telesa:

$$F - F_1 - F_{t1} - m_1 g \sin \varphi = m_1 a, \quad F_{t1} = k_t m_1 g \cos \varphi$$

Gibanje zgornjega telesa:

$$F_1 - F_{t2} - m_2 g \sin \varphi = m_2 a, \quad F_{t2} = k_t m_2 g \cos \varphi$$

Zgornji enačbi seštejemo, da izpade F_1 in dobimo:



Nal. 141

$$a = F / (m_1 + m_2) - g(\sin\varphi + k_t \cos\varphi) = 0,47 \text{ m/s}^2$$

$$F_1 = m_2 F / (m_1 + m_2) = 5 \text{ kp}$$

142./Na strmini z naklonskim kotom φ (30°) leži telo mase m_1 (200kg), ki je preko škripca na vrhu strmine povezano z visečim telesom mase m_2 (50kg). Koeficient trenja med telesom in strmino je k_t (0,2).

Kolikšna sta pospeška (a_1 in a_2) obeh teles? Kolikšna je sila (F) v vrvi?

Nastavimo enačbo gibanja za vsako telo

posebej; predpostavimo, da se viseče telo pospešuje navzgor. Če bomo dobili pozitivno vrednost pospeška, pomeni, da smo pravilno uganili smer gibanja.

$$m_1 g \sin\varphi - F - F_t = m_1 a, \quad F_t = k_t m_1 g \cos\varphi$$

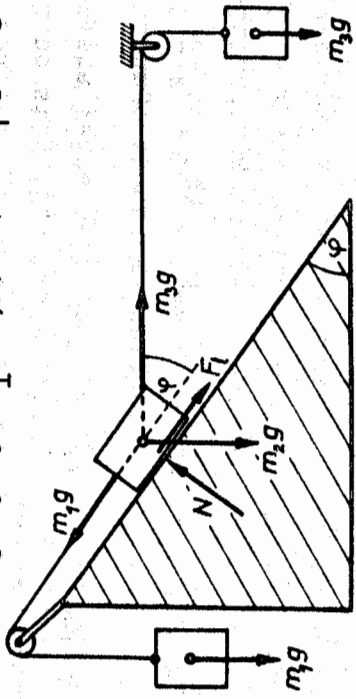
$$F - m_2 g = m_2 a$$

Enačbi seštejemo in dobimo:

$$a(m_1 + m_2) = m_1 g(\sin\varphi - k_t \cos\varphi) - m_2 g, \quad a = 0,62 \text{ m/s}^2$$

$$F = m_2(g + a) = 530 \text{ N}$$

143./Tri telesa ($m_1, m_2 = 5 \text{ kg}, m_3 = 1 \text{ kg}$) so zvezana z vrvičami, kot kaže slika. Naklonski kot klanca je φ (45°), koeficient lepenja je k_1 (0,3). Maso m_1 prvega telesa



Nal. 143

počasi povečujemo. Pri kateri vrednosti m_1 se telo m_2 na klancu premakne navzgor?

Telo m_2 je na klancu v ravnovesju, torej je vsota vseh sil, ki nanj delujejo, nič:

$$N + m_3 g \sin\varphi - m_2 g \cos\varphi = 0, \quad N = g(m_2 \cos\varphi - m_3 \sin\varphi)$$

$$m_1 g - m_2 g \sin\varphi - m_3 g \cos\varphi - F_1 = 0, \quad F_1 = k_1 N$$

Dobimo:

$$m_1 = m_3 \cos\varphi + m_2 \sin\varphi + k_1(m_2 \cos\varphi - m_3 \sin\varphi) \text{ ali}$$

$$m_1 = (m_3 + k_1 m_2) \cos\varphi + (m_2 - k_1 m_3) \sin\varphi = 5,1 \text{ kg}$$

144./Tri telesa z masami m_1

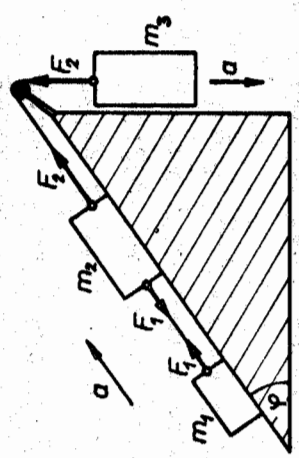
(1kg), m_2 (2kg) in m_3

(4kg) so povezana z vrvi in leže na strmini.

Kolikšni sta sili (F_1 in F_2) v vrvi, če telesa drsijo v narisani smeri?

Kakšna bi morala biti zveza med masami teles,

da bi telesa drsela s stalno hitrostjo? Kolikšni bi tedaj bili sili (F_1 in F_2) v vrvi v naklonski kot strmine je φ (30°). Trenje zanemarimo.



Nal. 144

$$m_3 g - F_2 = m_3 a, \quad F_2 - F_1 - m_2 g \sin\varphi = m_2 a,$$

$$F_1 - m_1 g \sin\varphi = m_1 a$$

Vse tri enačbe seštejemo in dobimo pospešek a :

$$(m_1 + m_2 + m_3)a = m_3 g - (m_1 + m_2)g \sin\varphi$$

$$F_1 = m_1 m_3 g (1 + \sin\varphi) / (m_1 + m_2 + m_3) = 8,6 \text{ N}$$

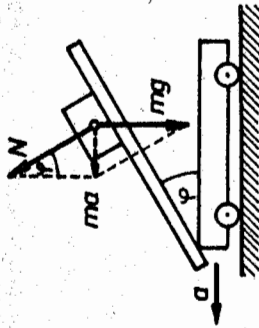
$$F_2 = F_1(m_1 + m_2) / m_1 = 25,7 \text{ N}$$

Telesa se gibljejo enakomerno, če je $a = 0$, to je:

$$m_3 = (m_1 + m_2) \sin\varphi$$

$$F_1 = m_1 g \sin\varphi, \quad F_2 = (m_1 + m_2) g \sin\varphi$$

145./Telo položimo na gladka tla vozička, ki so nagnjena za kot $\varphi(30^\circ)$. S kolikšnim pospeškom (a) moramo potiskati voziček v vodoravni smeri, da telo ne bo drselo po tleh? Trenje zanemarimo.

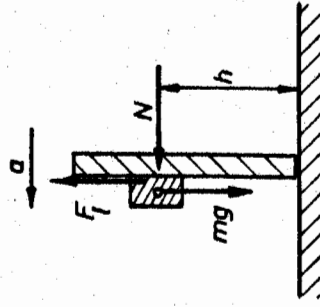


Nal. 145

Telo, ki miruje na vozičku, se giblje s pospeškom vozička (a), torej mora biti rezultanta med silo podlage (N) in težo telesa (mg) enaka ma. Iz te zahteve dobimo, da je $N = mg/\cos\varphi$, $N\sin\varphi = ma$ ter $a = g\tan\varphi = 5,72m/s^2$

Druga rešitev s pomočjo vztrajnostne sile: Na telo delujejo tri sile: sila podlage N, teža mg in vztrajnostna sila (-ma); rezultanta vseh treh sil mora biti nič, če telo na vozičku miruje.

146./Navpična deska se giblje s pospeškom a (2g) v vodoravni smeri. Na višini h (1m) od vodoravne podlage se deske dotika ploščica mase m (20g). S kolikšno silo (N) ploščica deluje na desko? V kolikšnem času (t) ploščica pade na tla? Najmanj s kolikšnim pospeškom (a₁) bi se deska morala gibati, da bi ploščica na deski mirovala? Koefficient lepjenja med ploščico in desko je 0,3, koefficient trenja je k_t (0,2).



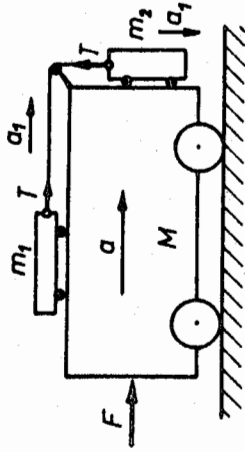
Nal. 146

Ploščici daje pospešek a normalna sila N, s katero deska odriiva ploščico, zato: $N = ma$. Padanju ploščice nasprotuje sila lepjenja $F_l = k_1 N = k_1 ma = 0,6mg$. Ker je ta sila manjša od teže ploščice, ploščica pada, in sicer s pospeškom $a_2 = g - k_t a = 0,6g$. Ploščica

pade na tla po času $t = (2h/a_2)^{1/2} = 0,32s$.

Ploščica ne drsi po deski, če se ta giblje najmanj s pospeškom a₁, tako da je $F_l = k_1 N = k_1 ma_1 = mg$ ali $a_1 = g/k_1 = 3,33g$.

147./Na vozu mase M (2kg) sta vozička mase m₁ (0,2kg) in m₂ (0,6kg), ki sta s-peta z vrstico. S kolikšno silo (F) moramo potiskati voz v vodoravni smeri, da voziček m₁ na vozu miruje? Trenje zanemarimo.



Nal. 147

Najprej izračunamo pospešek a₁ gibanja vozičkov m₁ in m₂ glede na voz.

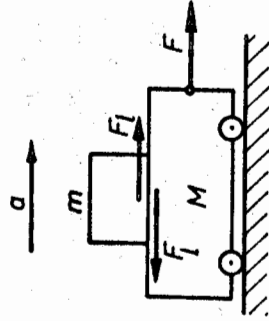
$$m_2 g - T = m_2 a_1, T = m_1(a + a_1) \text{ ali } a_1 = (m_2 g - m_1 a) / (m_1 + m_2)$$

Zahtevamo: a₁ = 0. Sledi: $m_2 g = m_1 a$ ali $a = g m_2 / m_1$.

Pospešek a določa potisna sila F:

$$F = (m_1 + m_2 + M)a = g(m_1 + m_2 + M)m_2 / m_1 = 8,4kp$$

148./Na vozičku mase M (100kg) leži breme mase m (150kg); koefficient lepjenja med bremenom in vozičkom je k₁ (0,4). Največ s kolikšno silo (F) smemo vleči voziček v vodoravni smeri, da bo breme mirovalo na vozičku? Kolikšen je tedaj pospešek (a) vozička?



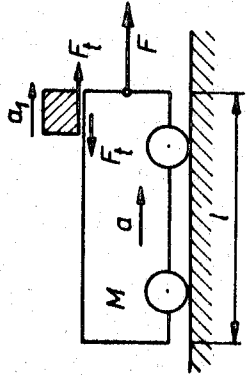
Nal. 148

Breme se giblje s pospeškom a, ki mu ga daje vodoravna projekcija sile podlage; ta je lahko največ enaka $F_l = k_1 mg$. Torej se breme lahko giblje največ

s pospeškom $a = k_1 g = 0,4m/s^2$, kar je obenem pospešek voza. Sledi:

$$F = (m + M)a = (m + M)k_1 g = 100N$$

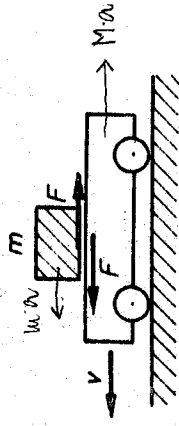
149./Voziček mase M (20kg) vlečemo v vodoravni smeri s silo F (20kp). Na zgornji ploskvi vozička je utež mase m (1kg). Po kolikšnem času t od začetka, ko sta telesi mirovali, utež pade z vozička? Dolžina vozička je l (0,5m), koeficient trenja med utežjo in vozičkom je k_t (0,2), trenje med vozičkom in tlemi zanemarimo.



Nal. 149

Sila trenja $F_t = k_t mg$ daje uteži pospešek $a_1 = k_t g$ v smeri na desno, medtem ko se voziček giblje s pospeškom $a = (F - F_t)/M = (F - k_t mg)/M = 9,9m/s^2$, ki je večji od a_1 ($2m/s^2$). Torej se utež glede na voziček giblje s pospeškom $a - a_1 = 7,9m/s^2$ v levo. Rob vozička doseže po času t : $l = (a - a_1)t^2/2$, $t = 0,36s$.

150./Zaboj leži na ravnem dnu tovornega avtomobila, ki vozi s hitrostjo v (36km/h). Najmanj na kolikšni razdalji s se pri enakomernem zaviranju lahko ustavi, da zaboju ne bo zdrsel? Koeficient lepenja med zabojem in dnom je k_1 (0,4).



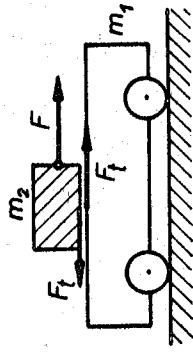
Nal. 150

Telesu daje zaviralni pojemek vodoravna projekcija sile podlage, ki je lahko največ enaka $k_1 mg$. Torej mora biti pojemek avtomobila manjši od $k_1 g$. Avtomobil se zato mora ustaviti na poti s , ki je večja od $v^2/(2k_1 g) = 12,5m$.

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \int dv = \int a dt$$

$$v = \int a dt \Rightarrow \int ds = \int v dt = \int \int a dt dt$$

151./Na vozičku mase m_1 (40kg) leži telo mase m_2 (4kg). Koeficient trenja med telesom in vozičkom je k_t (0,2), koeficient lepenja je k_1 (0,25). Kolikšen je pospešek telesa (a_2) in kolikšen je pospešek vozička (a_1), če telo vlečemo v vodoravni smeri s stalno silo $a/F_1 = 0,2kp$ in $b/F_2 = 10kp$?



Nal. 151

Najprej izračunamo silo lepenja: $F_1 = k_1 m_2 g = 1kp$. Vlečna sila v primeru a/ je manjša od sile lepenja, torej telo v tem primeru ne bo drselo po vozičku, v primeru b/ pa telo drsi.

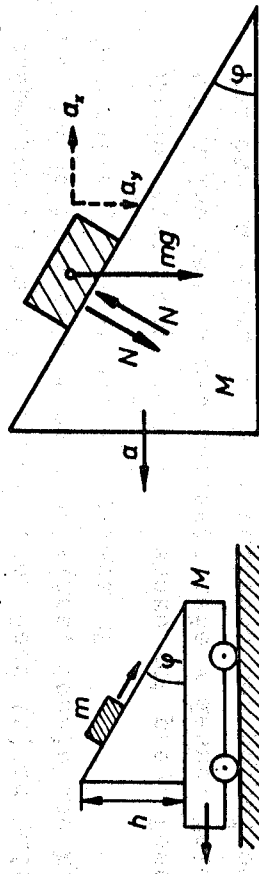
a/Telesi se gibljeta z enakim pospeškom: $a_1 = a_2 = F_1/(m_1 + m_2) = 0,2kp/44kg = 0,0446m/s^2$.

b/Voziček vleče sila trenja $F_t = k_t m_2 g = 0,8kp$.

$a_1 = F_t/m_1 = k_t g m_2/m_1 = 2m/s^2$. Na telo delujeta v nasprotnih smereh vlečna sila in sila trenja:

$$a_2 = (F_2 - F_t)/m_2 = 9,2kp/4kg = 25,5m/s^2$$

*152./Na vozičku je pritrjen klin z naklonskim kotom φ (45°) in višino h (2m). Masa vozička in klina je M (25kg).



Nal. 152

Po klinu drsi telo mase m (5kg). Za kolikšno pot s se voziček premakne v času, ko telo naredi pot od vrha do vznožja klina? Trenje zanemarimo.