

Vaje 5. Odvod

1. Izračunaj odvode naslednjih funkcij

a) $x^2 + x^3$

b) $x^5 - x^{-2}$

c) $6x^{2/3} - 9x^{-1/3}$

d) $\frac{3x+1}{\sqrt{x}}$

e) $\frac{4+\sqrt{x}}{3x^2}$

f) $\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2$

g) $4\sin x - 7\cos x$

h)

i) $(x^2+2)^{100}$

2. V dani točki določi tangento in normalo na krivuljo

a) $y = x^2 - x, \quad x = 2$

b) $y = \frac{1}{x}, \quad x = -2$

c) $y = \sin x, \quad x = 0$

d) $y = x^2 + 3x - 2\sqrt{x}, \quad x = 1$

e) $y = \frac{1}{2x+1}, \quad x = 1$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x = a$

3. S pomočjo pravila odvajanja produkta funkcij izračunaj odvode naslednjih funkcij

a) $x \sin x$

b) $x^2 \cos x$

c) $\sin x \cos x$

d) $\sqrt{x} \sin x$

e) $(x^2 - 3)(2\sin x + 3\cos x)$

f) $x^2 \sin x \cos x$

4. S pomočjo pravila za odvajanja ulomka funkcij izračunaj odvode naslednjih funkcij

a) $\frac{x}{1+x}$

b) $\frac{1+x^2}{1-x^3}$

c) $\frac{x^3}{x+3}$

d) $\frac{x}{\sin x}$

e) $\cot x$

f) $\frac{\tan x}{x}$

5. S pomočjo pravila odvajanja sestavljenih funkcij izračunaj odvode naslednjih funkcij

a) $(2x+3)^2$

b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^3}}$

c) $\frac{x^3}{x+3}$

d) $\sqrt{\sin x}$

e) $\cos \sqrt{x}$

f) $\tan \frac{1}{x}$

6. Izračunaj odvode naslednjih funkcij

a) $x\sqrt{1+x^2}$

b) $\sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$

c) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}}$

d) $\sqrt{\cos(5x)}$

e) $\sin(\sqrt{\cos x})$

f) $\tan\left(\frac{\sqrt{x}}{x^2+1}\right)$

Posredno odvajanje

7. Določi $\frac{dy}{dx}$ kot funkcijo x in y

a) $x^2 + xy = 2$

b) $x^{1/3} + y^{1/3} = 1$

c) $2xy + y^2 - xy^3 = 1$

d) $\sqrt{xy} + \sin x + \cos y = 0$

e) $x = \frac{y}{x^2 + y^2}$

f) $\sin(xy) = \cos x \cos y$

8. V dani točki določi $\frac{dy}{dx}$ na krivuljo

a) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1, \quad (2, 4)$

b) $3x^3 + 4y^2 = 19, \quad (1, 2)$

c) $y^2 + xy = 1, \quad (2, -2)$

d) $\cos(x+y) = y \sin x, \quad (0, \pi/2)$

9. V dani točki določi tangento na krivuljo

a) $y^2 = 2x^3, \quad (2, -4)$

b) $(x+y)^3 = 2x+y+3, \quad (3, -1)$

c) $xy^3 - x^3y = 30, \quad (2, 3)$

d) $x = y - \cos y, \quad (\pi/2, \pi/2)$

Odvodi eksponentne in logaritemske funkcije

10. Izračunaj odvod naslednjih funkcij

a) e^{4x}

b) e^{-x^2}

c) $e^{\sin x}$

d) xe^x

e) $e^x \sin(3x)$

f) $e^x \ln x$

g) $\sin^{-1}(e^{-x})$

h) $(e^{x^2})^2$

i) $\ln \frac{e^x}{1+e^x}$

11. Izračunaj odvod naslednjih funkcij

a) $\ln(2x)$

b) $\ln(x^3)$

c) $(\ln x)^2$

d) $\frac{\ln x}{x}$

e) $x \ln x - x$

f) $x^3 \ln(2x)$

g) $\tan^{-1}(\ln x)$

h) $\ln(\ln x)$

i) $\ln(x^2 \ln x)$

12. Izračunaj odvod naslednjih funkcij

a) 2^{-3x}

b) $\tan^{-1}(2^x)$

c) $8^{2x} \sin x$

13. Izračunaj odvod naslednjih funkcij

a) x^x

b) $x^{\sin x}$

c) $(\cos x)^x$

14. Izračunaj naslednje limite

a) $\lim_{n \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{5n}$

c)

Odvod trigonometričnih funkcij**15. Izračunaj odvode naslednjih sestavljenih funkcij**

a) $\sin(5x^2)$

b) $\sin^2(3x)$

c) $\ln(\cos(2x))$

d) $\ln(2 \cos x)$

e) $\frac{\sin x}{x}$

f) $\ln(x^2 \sin x)$

g) $\tan^2(5x)$

h) $\cos(x+y); y = f(x)$

i)

16. Izračunaj odvode naslednjih funkcij

a) $\sin^{-1}(x^2)$

b) $\sin^{-1}(2x + 1)$

c) $\tan^{-1}\sqrt{x}$

d) $x \sin^{-1}x$

e) $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

f) $\sin^{-1}(x \sin x)$

Višji odvodi**17. Izračunaj prvi, drugi in tretji odvod naslednjih funkcij**

a) x^5

b) $(4 - 3x)^9$

c) $\frac{1}{1+x}$

d) $\sin(\omega x)$

e) $\tan x$

f) $\ln(x^2 \sin x)$

g) $\frac{\ln x}{x}$

h) $\ln x^2$

i) e^{x^2}

18. Preveri, če je dana funkcija rešitev dana diferencialno enačbo

a) $y = A \cos \omega x + B \sin \omega x, (A, B, \omega \in \mathbb{R}): \frac{d^2 y}{dx^2} + \omega^2 y = 0$

b) $y = A e^{-3x} + B e^{3x}, (A, B \in \mathbb{R}): y'' - 9y = 0$

c) $y = ax^3 - \frac{b}{x}, (a, b \in \mathbb{R}): x^2 y'' - xy' - 3y = 0$