

Vektorski račun

Enakost vektorjev

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} = (a_x, a_y, a_z)$$

$$\mathbf{b} = b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j} + b_z \mathbf{k} = (b_x, b_y, b_z)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} \Leftrightarrow a_x = b_x \wedge a_y = b_y \wedge a_z = b_z$$

1. Določi neznanki x in y tako, da bo $(-21, 23) - (x, 6) = (-25, y)$
2. Se da določiti α in β tako, da velja $(2, 1, 0) = \alpha(-2, 0, 2) + \beta(1, 1, 1)$?

Seštevanje in odštevanje vektorjev. Množenje s skalarjem.

$$\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z)$$

$$\lambda \mathbf{a} = (\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z)$$

3. Dana sta vektorja $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$ in $\mathbf{b} = (4, 0, -1)$. Izračunaj
 - a. $3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$
 - b. $-2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$
4. Dani so vektorji $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -3\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ in $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Izračunaj:
 - a. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$
 - b. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
 - c. $3\mathbf{a} + 4\mathbf{b} - 2\mathbf{c}$
5. Dani so vektorji $\mathbf{a} = (2, 1, -3)$, $\mathbf{b} = (1, -2, 1)$ in $\mathbf{c} = (-1, 2, -1)$. Izračunaj $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$.

Skalarni produkt

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos \angle \mathbf{a} \mathbf{b} = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|}$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{b}$$

6. Izračunaj $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, $|\mathbf{a}|$, $|\mathbf{b}|$ in kot med \mathbf{a} in \mathbf{b} če sta

a. $\mathbf{a} = (3, 1, -2)$ in $\mathbf{b} = (1, -1, 1)$

b. $\mathbf{a} = (-2, 1, 0)$ in $\mathbf{b} = (2, 1, 1)$

7. Izračunaj $(2, 1, -1) \cdot (0, -2, 3)$

8. Določi enotski vektor \mathbf{v} smeri vektorja $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \frac{1}{2}\mathbf{k}$

9. Dani so vektorji $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ in $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$. Določi:

a. velikost vektorja $\mathbf{d} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$

b. enotski vektor \mathbf{v} smeri vektorja \mathbf{d}

10. Dani so vektorji $\mathbf{a} = (1, -1, 2)$, $\mathbf{b} = (-2, 0, 2)$ in $\mathbf{c} = (3, 2, 1)$. Izračunaj:

a. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$

b. $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

c. $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$

d. $\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{b} + 3\mathbf{c})$

e. $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c}$

11. Določi α tako, da bosta vektorja $\mathbf{a} = (1, \alpha, 2)$, $\mathbf{b} = (-2, 3, 2)$ pravokotna.

Dodatna naloga.

Geostacionarna satelita se nahajata na mestih $(0, 0, h)$ in $(0, A, H)$ relativno na nepomični koordinatni sistem vezan na zemeljsko površino. Radarski signal meri razdaljo ladje do satelitov in sicer je ta oddaljenost od prvega p in od drugega q . Določi lego ladje.