

6. ZGRADBA TRDNIN IN DEFORMACIJE

Trdnine ali trdne snovi so kompaktne in zgoščene snovi s trdno zgradbo, katere obliko ali velikost lahko spremenimo le z uporabo precejšnje sile. Trdnine je težko raztegovati, stiskati ali upogibati in skoznje se ne moremo premikati. Čeprav se vsaka trdnina pri velikih obremenitvah deformira, so trdnine v splošnem dovolj trdne in elastične, da vzdržijo bremena in se zato uporabljajo v konstrukcijah, strojniških napravah ter posod, kjer je potrebna nosilnost in odpornost proti obremenitvam.

Značilni predstavniki trdnin so kovine in njihove raznovrstne litine ter še kamen, les, steklo, keramika, različne umetne smole, kristali itd.

Lastnosti trdnin so močno odvisne od vrste atomov, ki jih sestavljajo, od njihovega gibanja ter predvsem od sil, ki učinkujejo med njimi ter jih povezujejo v trdno, bolj ali manj urejeno zgradbo. Velik vpliv medatomske sil na mehanske lastnosti trdnin je vzrok, da obstaja toliko različnih vrst trdnin z raznolikimi lastnostmi ter da so njihove lastnosti tako zelo odvisne od raznih nečistoč ali primesi.

Medatomske sile – kemijske vezi

Čeprav je fizikalno primerneje, da v zvezi z atomi govorimo najprej o energiji in njenih spremembah in nato (če je potrebno) preidemo na sile, začnimo kljub temu s silami (enako kot to delamo pri pojavih med makroskopskimi telesi).

Sile med atomi so električne narave, to so sile, s katerimi negativni elektroni in pozitivna atomska jedra, iz katerih so atomi sestavljeni, učinkujejo drug na drugega. Rezultat takšnega medsebojnega učinkovanja je odvisen od razdalje med atomi ter od stanja elektronov v posameznih atomih, predvsem so odločilni zunanji (t. i. valenčni) elektroni, prek katerih se atomi medsebojno povezujejo v molekule in v celotno snov. V splošnem lahko vzamemo, da je sila med atomoma sestavljena iz privlačne in iz odbojne komponente, ki se različno spreminjata z razdaljo r med atomoma. Če se ta povečuje, se privlačna komponenta zmanjšuje počasneje (črčkana krivulja na sliki 6.1) kot odbojna (pikčasta črta), tako da je rezultanta med njima (polna črta) privlačna.

Odvisnost privlačne komponente od razdalje r med atomoma približno popišemo z izrazom $-a/r^m$, kjer sta parametra a in m odvisna od vrste in stanja sodelujočih atomov. Za odbojno komponento velja: $+b/r^n$, pri čemer je $n > m$. Pozitivni predznak sile pomeni odbojnost, negativni pa privlačnost. Celotna sila F med atomoma (to je **medatomska sila**) je potemtakem dana z izrazom:

$$F = b/r^n - a/r^m \quad (6.1)$$

Pri velikem razmiku r prevladuje privlačna komponenta nad odbojno in je F negativen. Z manjšanjem razmika r se privlačna sila med atomoma povečuje do neke zgornje meje, nakar se zmanjšuje in postane nič pri $r \approx r_0$; na tej razmaknjenosti je privlačna komponenta enako velika kot odbojna. Razdalja r_0 je merilo za ravnovesno razmaknjenost atomov v molekulah oziroma v snovi. Za $r < r_0$ postane medatomska sila odbojna, in sicer zelo močno narašča, ko se r zmanjšuje. Na teh oddaljenostih se atoma že dotikata, stiskata in deformirata,

zato se odbijata. Izredno velika odbojna sila med njima je znamenje trdne strukture atomov.

Trdnost vezi med atomoma, ki sta na razmknjenosti r_0 povezana v molekulo (to je trdnost molekule), ugotovimo, če izračunamo delo (A), potrebno, da atoma razdvojimo in razmaknemo na neskončno oddaljenost. Na sliki (6.1) je to delo enako ploščini pod krivuljo medatomske sile F od r_0 do neskončnosti. Z delom A razbijemo molekulo na sestavna atoma, zato je to delo merilo za **vezavno ali kohezijsko energijo molekule** (W_{koh}).

V zvezi z medatomsko silo imata atoma **potencialno energijo** W_p ; njena sprememba je enaka delu medatomske sile F ob spremembi razdalje r med atomoma. Dogovorimo se, da je potencialna energija atomov nič, ko sta atoma neskončno razmaknjena: $W_p = 0$ za $r = \infty$. Med manjšanjem razdalje r opravlja privlačna sila F pozitivno delo, zaradi česar se potencialna energija atomov zmanjšuje, kar pomeni, da je bolj in bolj negativna (slika 6.2). Potencialna energija je najmanjša, ko sta atoma v ravnovesni oddaljenosti r_0 , in enaka $-W_{koh}$. Za $r < r_0$ se potencialna energija strmo poveča.

Atomi se medsebojno povezujejo v molekule prek elektronov, pri čemer odločajo predvsem najzunanjši (t. i. valenčni) elektroni. Iz srednje šole se spominjamo, da lahko elektroni v atomih zasedajo le stanja s točno določenimi energijami. Velikost atoma in njegovo povezovanje s sosednjimi atomi je odvisno od tega, katera energijska stanja elektroni v atomih zasedajo.

V izoliranih atomih (ki so v stabilnem stacionarnem stanju) zasedajo elektroni najnižja razpoložljiva energijska stanja, čemur ustreza najmanjša notranja energija atoma. Pri atomih z veliko elektronov (to je pri elementu z visokim vrstnim številom Z) so notranje energijske lupine polne (kot pri atomih žlahtnih plinov), v zunanjih (deloma praznih) lupinah pa se zadržujejo valenčni elektroni (slika 6.3a, t. i. **potencialni lonec**). Če atom prejme energijo, lahko zunanji (valenčni) elektroni »skočijo« na višja (še prazna) energijska stanja. Elektroni iz notranjih (polnih) energijskih lupin takšnih preskokov ne zmorejo, ker je za to potrebna prevelika energija.

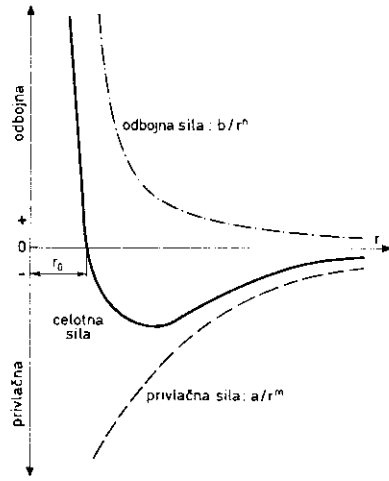
Ko se bližnja atoma približata, začno zunanji elektroni obeh atomov opazno učinkovati drug na drugega, zaradi česar nastanejo nova energijska stanja, katerih energija je manjša od energije možnih stanj elektronov v posamičnih (izoliranih) atomih. Zunanji (valenčni) elektroni obeh atomov zasedejo ta nova stanja z manjšo energijo, razlika energije pa se sprosti (kot kemijska reakcijska energija).

Nova nizkoenergijska stanja valenčnih elektronov, ki se pojavijo zaradi medsebojne interakcije valenčnih elektronov sodelujočih atomov, so v zvezi s privlačno silo med atomoma, ki postane močnejša od odbojne sile električno pozitivnih atomskih jeder. Tako nastane **kemična vez** med atomoma. Čim nižja so novonastala energijska stanja, tem močnejša je kemična vez.

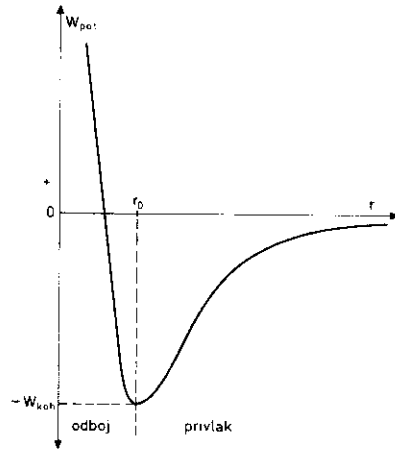
Poznamo tele kemične vezi:

Ionska vez

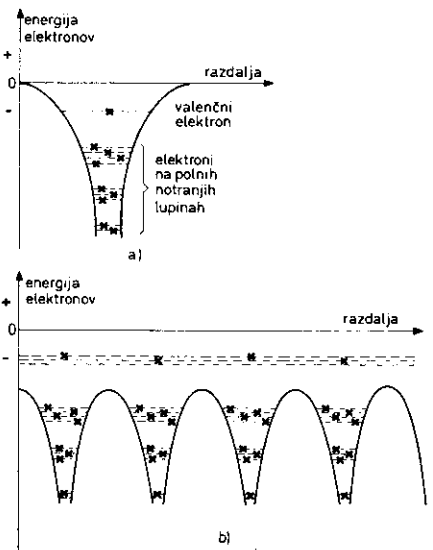
je pogosta med atomi alkalne skupine periodnega sistema kemičnih elementov (H, Li, Na itd.) in atomi



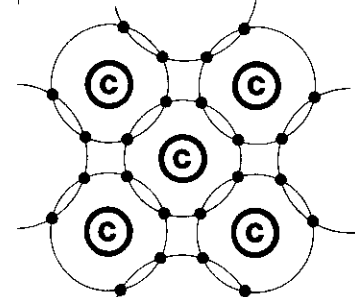
Slika 6.1



Slika 6.2



Slika 6.3



Slika 6.4

halogenih elementov (F, Cl, Br itd.). Prvi imajo v zunanji lupini po en osamljen elektron, ki je relativno zelo oddaljen od ostalih elektronov v notranjih polnih lupinah in zato šibko vezan na atom. Atomom halogenov pa v zunanji lupini manjka en elektron do popolne zasedbe (kakršna je pri atomih bližnjih žlahtnih plinov). Za oba atoma skupaj je energijsko ugodneje, če alkalni atom odda odvečni elektron atomu halogena, s čimer se spremeni v pozitivni ion (**kation**), halogeni atom pa v negativni ion (**anion**). Pozitivni kation in negativni anion se električno privlačujeta, kar je osnova ionske vezi. Značilen predstavnik te vezi so različne soli, npr. kuhinjska sol NaCl (sestavljena je iz kationov Na^+ in anionov Cl^-).

Ionska vez med atomi dvovalentnih elementov zemljo-alkalne skupine (Be, Ca, Mg itd.) pomeni izmenjavo dveh elektronov za vsak atom, kar je energijsko manj ugodno kot pri enovalentnih alkalnih elementih. Še manj je ta vez primerna za elemente iz srednjih period, npr. za ogljik, kisik itd.

Kovinska vez

Atomi, ki imajo v zunanji lupini izpostavljene elektrone, se medsebojno povezujejo tako, da oddajo te »odvečne« elektrone in se spremenijo v pozitivne katione, katerih zunanje lupine so polno zasedene. Oddani elektroni pripadajo celotni kovini in kot oblak napolnjujejo prostor med pozitivnimi kovinskimi kationi, ki so razvrščeni v kristalno mrežo.

Potencialni lonci posamičnih atomov se prekrivajo, tako da se izpostavljeni zunanji elektroni vsakega atoma sprostijo in osvobodijo vezave posameznih atomov. Na sliki (6.3b) so skicirani potencialni lonci atomov, povezanih v enodimenzionalno kristalno mrežo. Energijska stanja notranjih elektronov se kljub vezavi atomov v kovinsko kristalno mrežo ne spreminjajo (notranji elektroni še naprej pripadajo posamičnim atomom), spremene pa se energijska stanja zunanjih, valenčnih elektronov. Ker se pojavijo nova energijska stanja, ki so dostopna valenčnim elektronom vseh atomov v kristalu, se valenčni elektroni posameznih atomov sprostijo in razlezejo po celotnem kovinskem kristalu. Oblak prostih elektronov nekako povezuje kovinske katione v kovinski kristal in daje kovini značilne lastnosti, predvsem odlično električno in toplotno prevodnost ter izrazito kovinsko barvo.

Kovalentna vez

Atomi elementov iz srednjih period (npr. kisik, ogljik, silicij itd.) se ne morejo medsebojno povezovati s kovinsko ali ionsko vezjo, saj bi morali oddati oziroma prejeti celo po 3 ali 4 zunanje elektrone, da bi napolnili svoje zunanje lupine. Z energijskega stališča je za te atome ugodneje, če se povežejo tako, da si delijo zunanje elektrone. Valenčna elektrona sosednjih atomov se združita v **par**, ki pripada obema atomoma. Nastali elektronski pari so skupni vsem povezanim atomom. Kot primer omenimo ogljikov atom ($Z = 6$), ki ima v zunanji lupini 4 elektrone. Ogljikovi atomi se razvrstijo v kristalno mrežo tako, da ima vsak atom štiri sosedne, s katerimi si deli skupne elektronske pare (slika 6.4). Tako so ogljikovi atomi povezani npr. v diamantu.

Kovalentna vez je pogosta med ogljikovimi atomi ter med ogljikovimi in vodikovimi atomi v številnih organskih spojinah.

Sekundarne vezi

Zgoraj omenjene kemične vezi – ionska, kovinska in kovalentna – so t. i. **primarne vezi**. To so razmeroma močne vezi, s katerimi se atomi povezujejo v molekule in v kristale. Energijska vrednost teh vezi je velikostnega reda 0,4–0,8 MJ/mol oziroma 4–8 eV na vez, kar pomeni, da se vez razbije z energijo 4–8 eV.

Poleg primarnih poznamo tudi **sekundarne vezi**, ki so **posledica medsebojnega učinkovanja atomarnih ali molekularnih električnih dipolov**. Te vezi so sicer več deset do stokrat šibkejše od primarnih, so pa kljub temu pomembne za povezavo molekul v kapljevinskem in trdnem stanju snovi.

Pri simetrični (izotropni) zgradbi atoma ali molekule sovpadajo težišče pozitivnega električnega naboja s težiščem negativnega naboja (slika 6.5a). Ker se elektroni gibljejo okrog atomskega jedra, se težišče negativnega naboja premika. Poleg tega tudi sosednji atomi z električno silo vplivajo na porazdelitev negativnega naboja (elektronov) v atomu. Če se težišče negativnega naboja v atomu ne pokriva s težiščem pozitivnega naboja (atomskega jedra), se atom imenuje **električni dipol** (slika 6.5b). Nekatere molekule so zgrajene nesimetrično, tako da so že po naravi električni dipoli, npr. molekule H_2O (slika 6.6). Vodikova atoma sta s kovalentno vezjo spojena s kisikovim atomom, vendar je skupni elektronski par bliže kisiku kot vodikoma. Težišče pozitivnega naboja molekule H_2O je zato na strani vodikovih atomov, težišče negativnega naboja pa blizu kisikovega atoma. Podobno so zgrajene dipolne molekule amoniaka (NH_3), ogljikovega monoksida (CO), različnih organskih spojin ipd. Tudi simetrično grajene molekule (npr. CO_2), ki po naravi niso električni dipoli, postanejo dipoli, če se dovolj zblížajo, da medsebojno učinkujejo z električnimi silami in se deformirajo. Le da so tako nastali električni dipoli večinoma šibki in le neznatno vplivajo na okolico.

Kemične vezi, ki so posledica električne interakcije med molekularnimi ali atomarnimi električnimi dipoli, se s skupnim imenom imenujejo **Van der Waalsove vezi**. Kjer primarne vezi energijsko niso možne, so Van der Waalsove vezi edino odgovorne za spojitve atomov ali molekul v kompaktno snov, npr. pri tekoči vodi, pri tekočem in trdnem vodikov in žlahtnih elementih.

Med sekundarnimi vezmi je najmočnejša t. i. **vodikova vez**, katere energijska vrednost je med 0,25 in 0,5 eV. Ta vez nastane med molekularnimi električnimi dipoli, katerih pozitivni pol tvori vodikov kation, npr. med skupinami OH (v vodi, alkoholu), karboksilnimi skupinami COOH (v organskih kislinah), amino skupinami NH_2 itd. Tvrstni dipoli se medsebojno povezujejo tako, da je vodikov kation nekak most med sosednjima dipoloma (slika 6.7 za vodo).

Kristali

Kristalne trdnine so večinoma zgoščene snovi (izjema je npr. led, ki je redkejši od tekoče vode). Pod vplivom medatomske sil se atomi razporedijo v urejeno

zgradbo, t. i. **kristalno mrežo**, tako da je njihova potencialna energija najmanjša, kolikor je možno glede na vrsto atomov in sil med njimi. Atomi so sicer vezani na svoja mesta v kristalni zgradbi, vendar ne mirujejo, neurejeno nihajo okrog njih, in to tem intenzivneje, čim višja je temperatura. Neurejeno nihanje atomov nekoliko kviri urejeno kristalno zgradbo in zato vpliva tudi na fizikalne lastnosti kristalnih trdnin.

Posledica urejene zgradbe je **anizotropnost kristalnih snovi**, to je odvisnost fizikalnih lastnosti snovi od smeri. Ker so atomi urejeni, je pogostost atomov v različnih smereh v splošnem različna, pa se zato medatomske sile različno izrazijo v različnih smereh, kar pomeni različne fizikalne lastnosti, npr. lomnost ali razkolnost kristala, elastičnost, termična razteznost, optične lastnosti itd.

Urejena razporeditev atomov omogoča, da lahko kristal razdelimo na vzporedne **kristalne ravnine**, v katerih so atomi enako razvrščeni. Skozi kristal lahko potegnemo več različnih sistemov paralelnih kristalnih ravnin. Na sliki (6.8) sta označena dva sistema za kristal, ki se nadaljuje v smeri pravokotno na list; kristalne ravnine so pravokotne na list. Vodoravno zvlečene polne črte predstavljajo sistem paralelnih kristalnih ravnin, ki so med seboj razmaknjene za d ; v vsaki od teh ravnin so atomi enako gosto razporejeni. Drug sistem paralelnih kristalnih ravnin je predstavljen s poševnimi, prekinjenimi črtami. Na teh ravninah so atomi razvrščeni redkeje kot v prvem sistemu, zato pa so si ravnine bližje ($d_1 < d$). Splošno velja, da **so ravnine tem bolj razmaknjene, čim gosteje so posejane z atomi**.

Vzdolž kristalnih ravnin ima kristal posebne lastnosti. Tako se npr. kristal najlažje kolje po kristalnih ploskvah z največjo gostoto atomov.

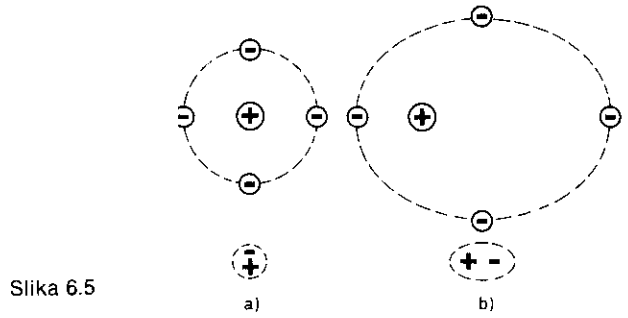
Zaradi urejene zgradbe ima kristal posebne **simetrijske lastnosti**. Te se kažejo navzven v simetriji mejnih ploskev kristala.

Periodična struktura omogoča, da lahko kristalno mrežo razdelimo na kristalne celice. **Osnovna celica kristala** je najmanjše območje kristalne mreže, ki vsebuje še vse elemente simetrije celotnega kristala. Oblika, velikost in atomarna sestava celice so odvisni od vrste kristalne snovi, predvsem od narave kemičnih vezi, ki povezujejo atome v kristal. Celica vsebuje ali enakovrstne atome ali pa je sestavljena iz različnih atomov.

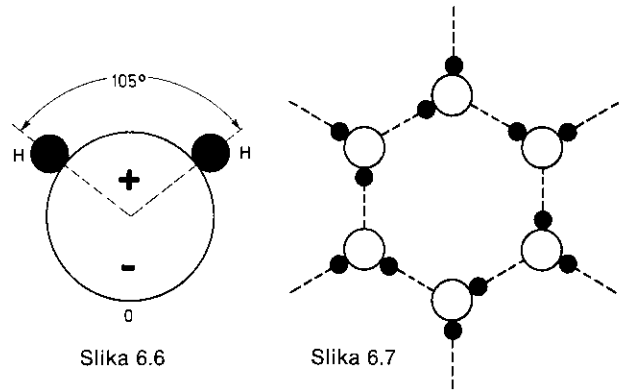
Kristalno celico predstavimo s paralelepipedom (slika 6.9). Stranice celice (a v smeri koordinatne osi x , b v smeri osi y in c v smeri osi z) so najmanjše dolžine v smeri posameznih koordinatnih osi, na katerih se razporeditev atomov ponavlja (so torej periode kristalne strukture). Koti α , β in γ med stranicami paralelepipeda določajo simetrijo celice oziroma kristalne mreže.

V naravi nastopajoče kristale razdelimo glede na obliko kristalne celice v 7 skupin:

1. **kubična mreža** $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a = b = c$
2. **tetragonalna** $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a = b \neq c$
3. **heksagonalna** $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$ $a = b \neq c$
4. **romboedrična (trigonalna)** $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$ $a = b = c$
5. **ortorombična** $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a \neq b \neq c$
6. **monoklinska** $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma \neq 90^\circ$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$
7. **triklinska** $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ $a \neq b \neq c$

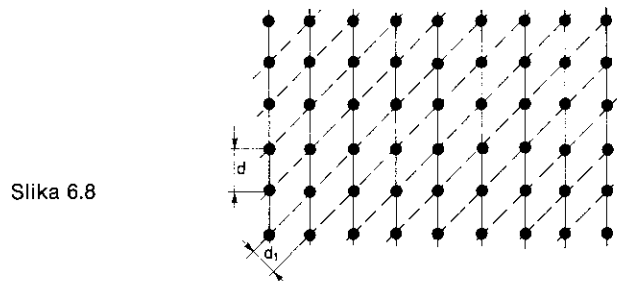


Slika 6.5

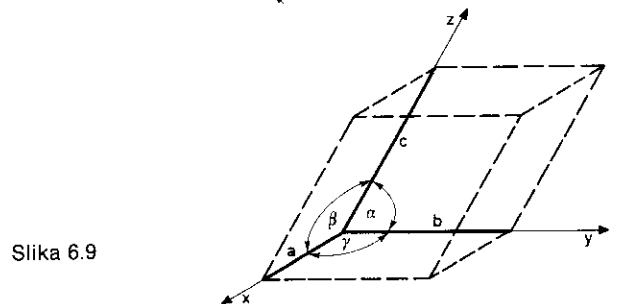


Slika 6.6

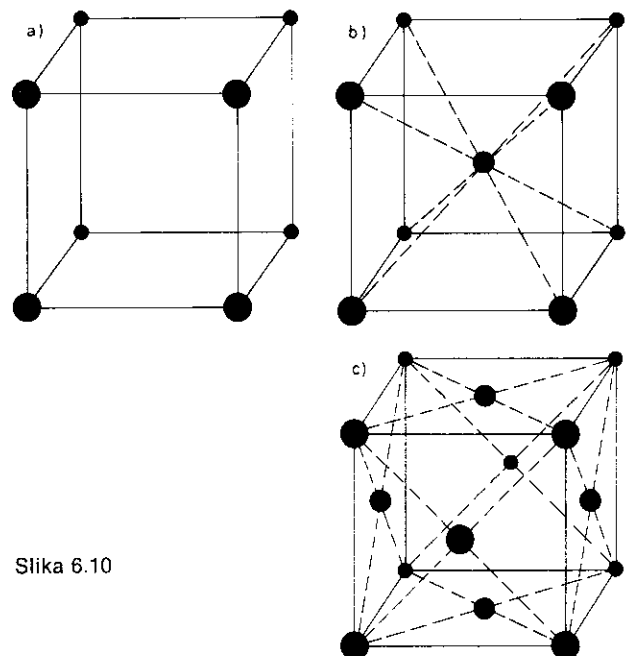
Slika 6.7



Slika 6.8



Slika 6.9



Slika 6.10

Kubične kristalne mreže

Elementi pogosto kristalizirajo v kubični kristalni mreži; ta se pojavlja v treh različicah: enostavna, prostorsko centrirana in ploskovno centrirana kubična mreža.

Enostavna kubična mreža je sicer redka med elementi, nastopa pa pri nekaterih spojinah oziroma litinah, npr. pri beta medenini, cezijevem kloridu in amonkloridu. Tu jo navajamo kot primer in ker je pogosto sestavni del drugih kubičnih mrež. V vsakem oglišču kocke je en atom (slika 6.10a), tako da so sosednji atomi povezani prek stranic (a) celice. Vsak atom meji na 6 sosednjih atomov (4 v isti ravnini, eden zgoraj in eden spodaj). Ker pripada ogliščni atom osmim sosednjim celicam, odpade na eno celico $1/8$ atoma. Torej vsebuje celica enostavne kubične mreže natanko en atom, kar tudi ugotovimo, če celico translatorno premaknemo, tako da je atom v središču celice.

Prostorsko centrirana kubična mreža ima poleg ogliščnih atomov še atom v središču celice (slika 6.10b). Na celico torej odpadeta 2 atoma. Najbližji atomi so povezani vzdolž telesnih diagonal, zato ima vsak atom 8 najbližjih sosedov. Takšno kubično kristalno mrežo imajo npr. kovine železo, volfram, krom in molibden.

Ploskovno centrirana kubična mreža (slika 6.10c). Poleg oglišč zasedajo atomi še središča stranskih ploskev. Vsak atom iz središča ploskve pripada dvema sosednjima celicama, zato na eno celico odpade pol tega atoma, ali v celoti – 3 atomi od vseh šestih stranskih ploskev. Skupno ima celica ploskovno centrirane kubične mreže 4 atome. Vsak atom ima 12 najbližjih sosedov, najkrajša razdalja med atomi je $a/\sqrt{2}$ (a = stranica celice). V ploskovno centrirani kubični mreži kristalizirajo kovine: aluminij, nikelj, baker, zlato in srebro.

Poleg zgoraj omenjenih osnovnih kubičnih mrež se pojavljajo še različne variacije in kombinacije. Primer:

Kristal kuhinjske soli (NaCl) je sestavljen iz dveh ploskovno centriranih kubičnih mrež, od katerih eno sestavljajo natrijevi kationi, drugo pa klorovi anioni. Mreži sta premaknjeni translatorno vzdolž stranice za $a/2$, tako da natrijevi kationi mejijo na klorove anione in obratno (slika 6.11). Vsak Na^+ je v središču pravilnega oktaedra, katerega oglišča so zasedena s Cl^- , ter obratno: Cl^- je v središču oktaedra, ki ga sestavljajo Na^+ . Če se atomi natrija in klor ne bi razlikovali, bi bila mreža enostavna kubična. Podobno kot NaCl kristalizirata tudi magnezijev oksid (MgO) ter litijev fluorid (LiF).

Omenimo še **diamantno strukturo** ogljika, ki je značilna tudi za kristale silicija in germanija. Ploskovno centrirani kubični mreži ogljikovih atomov sta premaknjeni druga glede na drugo za $a/4$ vzdolž telesne diagonale. Vsak ogljikov atom je v središču pravilnega tetraedra, katerega oglišča zasedajo 4 najbližji sosedi. Kristalne ravnine niso izrazite, zato je kristal trden ter težko lomljiv.

Poglejmo, katera kristalna mreža je najbolj gosto nabita z atomi. Atome si predstavljamo kot toge kroglice. Največjo koncentracijo atomov v ravnini dosežemo, če se atomi dotikajo drug drugega, tako da sestavljajo nekakšno heksagonalno satovnico (slika 6.12a). Naslednjo plast atomov lahko položimo na prvo plast tako, da se atomi vležejo v vdolbinice A med

atomi spodnje plasti ali v vdolbinice B. V obeh primerih dobimo enako (največjo možno) zgostitev atomov. Razlika je pri tretji plasti, ki jo lahko položimo na drugo plast na dva načina. Če jo položimo na drugo plast tako, da njeni atomi leže točno nad atomi prve plasti (slika 6.12b), dobimo ploskovno centrirano kubično mrežo. Ta je torej zares najbolj gosto zbita. Druga možnost je, da tretjo plast nekollko premaknemo, tako da atomi ležijo nad vdolbinicami A spodnje plasti – dobimo t.i. **heksagonalno mrežo** (slika 6.13), ki je enako gosto zbita z atomi kot ploskovno centrirana kubična mreža. Pri teh kristalnih mrežah odpade na atome okrog 74% celotne prostornine mreže. Pri prostorsko centrirani kubični mreži je ta odstotek 68%, pri diamantni variaciji kubične mreže pa celo 34%. Heksagonalna mreža se pojavlja pri elementih cinku, magneziju, beriliju, titanu in cirkoniju.

Millerjevi indeksi kristalnih ravnin

Usmerjenost kristalne ravnine glede na osnovno celico oziroma glede na koordinatne osi x, y, z podamo s t.i. Millerjevimi indeksi. Vsakemu sistemu kristalnih ravnin pripadajo ustrezni Millerjevi indeksi.

Millerjevi indeksi nekega sistema paralelnih kristalnih ravnin so trojica celih števil (h, k, l), ki podajajo razmerja odsekov kristalne ravnine na koordinatnih oseh z ustreznimi stranicami (a, b, c) kristalne celice. Na sliki (6.14) so označeni odseki x_1, y_1 in z_1 neke kristalne ravnine na koordinatnih oseh x, y in z . Millerjeve indekse te ravnine definiramo z razmerji:

$$h = a/x_1, \quad k = b/y_1, \quad l = c/z_1 \quad (6.2)$$

pri čemer jih reduciramo (delimo s skupnim faktorjem) na najmanjša cela števila. Razmerje odsekov $x_1:y_1:z_1$ je enako za vse paralelne ravnine danega sistema kristalnih ravnin, torej so enaki tudi Millerjevi indeksi. **Paralelne kristalne ravnine imajo enake Millerjeve indekse (h, k, l).**

Ravnine (0,0,1) so pravokotne na os z (odseka na oseh x, y sta neskončna, zato je $h = 0$ in $k = 0$). Na sliki (6.15) imata stranski ploskvi ADEF in BCHG Millerjeve indekse (0,1,0), ploskvi ABGF in DCHE pa (1,0,0). Diagonalna ravnina DBF ima (1,1,1). Na sliki (6.16) sta za kubično mrežo označena sistema kristalnih ravnin z Millerjevimi indeksi (1,1,1) in (1,2,1).

Razdalja (d) med sosednjima paralelnima ravninama danega sistema kristalnih ravnin v kubični kristalni mreži je odvisna od stranice (a) celice ter od Millerjevih indeksov (h, k, l) ravnin. Kristalna ravnina s slike (6.14) je dana z enačbo: $x/x_1 + y/y_1 + z/z_1 = 1$ ali

$$hx + ky + lz = a \quad (6.3)$$

Pravokotnica na to ravnino ima glede na koordinatne osi x, y in z smerne kosinuse: $\cos\alpha = h/\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$, $\cos\beta = k/\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$ ter $\cos\gamma = l/\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$, medtem ko so odseki med sosednjima ravninama na koordinatnih oseh dolgi $a/h, a/k$ in a/l . Pravokotna oddaljenost (d) sosednjih kristalnih ravnin je potemtakem dana z:

$$d = (a/h)\cos\alpha = (a/k)\cos\beta = (a/l)\cos\gamma \quad \text{ali}$$

$$d = a\sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (6.4)$$

Sosednje ravnine sistema (1,0,0) ali (0,1,0) ali (0,0,1) kubične kristalne mreže so seveda razmaknjene za stranico $d = a$, sistema diagonalnih ravnin (1,1,1) pa za $d = a\sqrt{3}$.

Nepravilnosti kristalne strukture

Kristali z urejeno strukturo, ki se zvesto ponavlja v vseh treh koordinatnih smereh, so idealni, v naravi se ne pojavljajo. Realni kristali imajo v kristalni zgradbi številne nepravilnosti, zaradi katerih so njihove fizikalne lastnosti povsem drugačne, kot jih ocenimo za idealno zgrajene kristale.

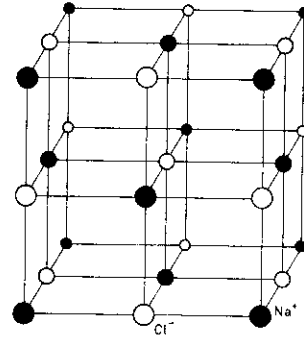
Vsak kristal ima končne dimenzije. Ob mejni ploskvi se periodična zgradba nenadoma konča in atomi z mejnih ploskev so drugače razporejeni ter so v drugačnih energijskih razmerah kot atomi iz urejene notranjosti kristala. Nepravilnost te vrste se imenuje **površinski defekt** kristalne zgradbe.

Neurejena razporeditev površinskih atomov poveča potencialno energijo. Razlika med potencialno energijo površinskih atomov in potencialno energijo atomov iz notranjosti je **površinska energija** kristala; pri kovinah je velikostnega reda 1 J na m² površine oziroma nekaj eV na površinski atom.

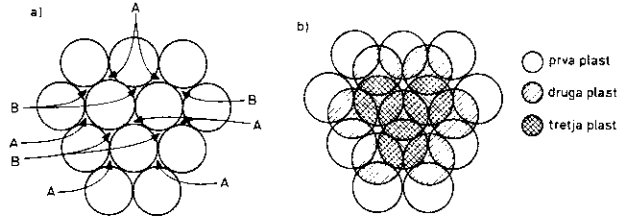
Realni kristali večinoma niso **monokristali**, nimajo enovite kristalne strukture po celotnem območju. Pravimo, da so **polikristali**. Sestavljeni so iz kristalčkov ali zrn s premerom nekaj desetink mm. Zrnata (polikristalna) struktura je značilna predvsem za kovine. Posamezna kristalna zrnca imajo sicer enako kristalno zgradbo, vendar so različno velika in oblikovana ter predvsem različno usmerjena (slika 6.17). Sosednja zrnca so povezana prek stičnih površin, na katerih se pojavljajo podobni defekti kot na mejni površini celotnega kristala, nastajajo pa še dodatne nepravilnosti. Fizikalne lastnosti polikristalnih snovi so močno odvisne od strukturalnih nepravilnosti na stičnih ploskvah kristalnih zrn. Zrnata struktura se posebej odraža na površini kristala, saj ima kristal vzdolž meja posameznih zrn posebne kemične, električne in optične lastnosti. Polikristali navzven ne kažejo simetrijskih značilnosti kristalne mreže posameznih zrn, iz katerih so sestavljeni.

Neurejeno **termično nihanje** atomov okrog ravnovesnih položajev je stalen vzrok nepravilnosti v kristalni zgradbi. Medatomske sile, ki vežejo atome v urejeno kristalno zgradbo z minimumom celotne potencialne energije, ne morejo preprečiti, da bi se posamezni (najhitrejši) atomi ne izmaknili iz ravnovesnih položajev, posebno pri visokih temperaturah, v bližini tališča. Za termično nihanje je značilna statistična neurejenost; nekateri atomi lahko zanihajo celo do ravnovesnih položajev sosednjih atomov, vendar so običajno premiki atomov majhni, pri običajnih temperaturah znašajo 5–10% medatomske razdalje.

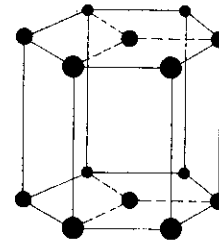
Termično nihanje atomov sicer stalno moti kristalno zgradbo, vendar je v povprečju ne spreminja. Drugače je pri visokih temperaturah, npr. v bližini tališča snovi, ko je ravno termično gibanje glavni povod, da se kristalna zgradba začne rušiti – kristal taliti.



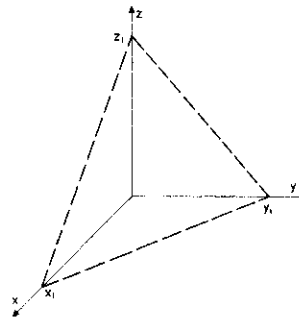
Slika 6.11



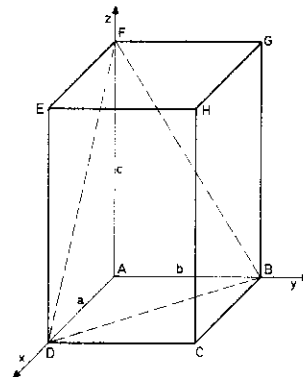
Slika 6.12



Slika 6.13



Slika 6.14



Slika 6.15

V notranjosti kristalne zgradbe so pogosti **točkasti defekti**, ki so omejeni na območje atoma oziroma njegove neposredne okolice. V kristalni mreži lahko manjka atom (t. i. **praznina** ali **luknja**, slika 6.18a) ali pa se v prazen prostor med pravilno razporejenimi atomi vrine dodatni atom (enake vrste), zaradi česar se okolišni atomi nekoliko razmaknejo (**intersticijski defekt**, slika 6.18b). Tretja vrsta točkastega defekta je **substitucija** (slika 6.18c). Atom s pravega mesta kristalne mreže se nadomesti z atomom drugačne vrste. Ker tuj atom učinkuje drugače kot drugi atomi kristalne mreže, se zaradi te substitucije zmotijo ravnovesne razmere v kristalu in okolišni atomi se preuredijo. Najlaže tvorijo substitucije primesi s podobnimi atomi.

Vsak kristal vsebuje točkaste defekte. Celo izredno čist in enovit kristal ni brez njih. Če ni drugih vzrokov za nastanek defektov, zadostuje termično nihanje atomov. V kristalu stalno nastajajo praznine in deloma tudi izginevajo. Pogostost praznin je pri višji temperaturi večja. Za kovinske kristale npr. velja, da je pri temperaturi tališča ena praznina na vsakih 1000–10000 atomov, pri sobnih temperaturah pa je to razmerje kar 10^{12} . Kljub majhnemu številu (glede na število atomov) so praznine zelo pomembne, saj neposredno določajo elastično-plastične lastnosti kristalov. Pogostost praznin v kristalu umetno povečamo, če močno segret (razžarjen) kristal na hitro ohladimo, tako da praznine, nastale pri visoki temperaturi, »zamrznejo« in se ohranijo do sobnih temperatur. Drug način je z mehansko obdelavo, npr. s kovanjem ali vlečenjem. Tudi visokoenergijski delci (kristal npr. obsevamo s hitrimi elektroni, fotoni gama, nevtroni) ustvarjajo v kristalu nove praznine (neodvisno od temperature).

Poleg točkastih defektov se v kristalu pojavljajo še **linijski defekti** ali **dislokacije**. Napake v kristalni zgradbi so povezane v ravne ali krive črte. Realni kristal je običajno vseprek prepleten z različno velikimi in oblikovanimi dislokacijami. Kljub zapletenim oblikam lahko dislokacije v grobem razdvojimo v dva osnovna tipa: robna dislokacija in vijačna dislokacija.

Robna dislokacija je v zvezi z vrinjeno kristalno ravnino atomov, ki se kot klin deloma zarine v kristal (slika 6.19). Nastala robna dislokacija poteka vzdolž roba vrinjene ravnine (pravokotno na ravnino lista). Deformacija kristalne strukture je najmočnejša v neposredni okolici (območje ene ali dveh medatomskih razdalj) dislokacijske linije, nekaj teh razdalj proč pa je kristal že praktično brez motenj. Kristalne ravnine na obeh straneh vrinjene polravnine so stisnjene, na drugi strani, kjer ni vrinjene polravnine, pa so razmaknjene bolj kot normalno.

Vijačno dislokacijo najlaže predstavimo, če si mislimo, da popoln kristal zarezemo (recimo do polovice) in eno stran kristala ob zarezni ploskvi nekoliko dvignemo, drugo pa spustimo, da obe strani kristala zdrsneta za medatomska razdaljo, nakar zarezani polovici zopet združimo (slika 6.20). Največja deformacija nastane vzdolž roba (črta z) zarezne ploskve; ta črta je vijačna dislokacija. Kristalne ravnine se ob njej zvijejo v vijačno ploskev. Nekaj medatomskih razdalj proč od dislokacije praktično ni nobene deformacije.

Da nastane dislokacija, bodisi robna ali vijačna, je potrebna precejšnja energija, približno 8 eV na eno medatomska razdaljo dislokacijske linije. Tolikšna

energija ni na voljo pri termičnem gibanju, zato gostota dislokacij ni odvisna od temperature. Pač pa dislokacije nastanejo ob začetni rasti kristala iz taline ali pri mehanski obdelavi oziroma obremenitvi.

Poleg točkastih defektov se lahko skozi kristal gibljejo tudi dislokacije, le da je njihovo gibanje omejeno, saj se lahko premikajo le kot celotne linije. Najpomembnejši gibanji dislokacije sta plezanje in drsenje. **Plezanje** (v zvezi z robno dislokacijo) je pomikanje vrinjene kristalne ravnine globlje v kristal ali ven iz njega. Vrinjena kristalna ravnina se širi tako, da se na prazna mesta pred njo nameščajo atomi iz okolice (predvsem intersticijski atomi, slika 6.21). Med krčenjem vrinjene ravnine pa se atomi z roba izgubljajo v okolico (napolnjujejo praznine v okolici ali ustvarjajo nova intersticijska mesta, slika 6.12b). Plezanje dislokacije je razmeroma počasno (nekaj časa preteče, predno atomi iz okolice difundirajo k dislokaciji ali od nje), **drsenje** dislokacije pa je razmeroma hitro. Pri tem gibanju se dislokacija pomika v prečni smeri (slika 6.22). Vrinjena ravnina se približa sosednji kristalni ravnini in se priključuje spodnji polovici te ravnine ter tako postane prava kristalna ravnina, zgornja polovica prvotne kristalne ravnine pa prevzame vlogo vrinjene ravnine in tako naprej (slika 6.22b). Dislokacija pleza skozi kristal, če npr. na kristal učinkuje dvojica strižnih sil v smeri pravokotno na kristalne ravnine (slika 6.23). Dvojica strižnih sil tako povzroči plastično deformacijo kristala. Vidimo, da drsenje dislokacije skozi kristal omogoča njegovo plastično deformacijo.

Deformacije teles

Sila povzroči pospešek. Poleg tega je posledica učinkovanja sile na telo tudi deformacija telesa, to je sprememba njegove oblike in/ali prostornine. V tem poglavju nas zanima le deformacijski učinek sile, zato vzamemo, da je telo v mehanskem ravnovesju (gl. str. 70): **rezultanta vseh delujočih sil je nič** (pospešek težišča telesa je nič, težišče npr. miruje) in **rezultanta navorov vseh delujočih sil je nič** (telo se npr. ne vrti).

Atomi v trdnini (npr. v kristalu) so razporejeni po ravnovesnih položajih (odvisno od vrste kristalne mreže), tako da je vsota vseh sil, s katerimi sosednji atomi učinkujejo z vseh strani na vsak atom, v povprečju nič. Zunanja sila, ki na površini telesa pritiska na telo, premakne atome z območja svojega prijemališča iz njihovih ravnovesnih položajev, zaradi česar se telo tam deformira. Premaknjeni atomi niso več v ravnovesju, pojavi se rezultanta notranjih sil, s katerimi sosednji atomi odrivajo premaknjene atome nazaj v prvotne položaje. Zunanja sila torej z **deformacijo** telesa povzroči v telesu **mehansko napetost**. Premaknjeni atomi z območja učinkovanja zunanje sile pritiskajo na sosednje atome, jih premaknejo itd. Deformacijski in napetostni učinek zunanje sile se tako preneseta skozi celotno telo. Na vsakem mestu telesa se pojavi mehanska napetost, ki je na različnih mestih v splošnem različna, odvisna pa je tudi od smeri. **Telo se deformira toliko, da z deformacijo nastala mehanska napetost v telesu uravnovesi zunanjo silo, ki povzroča deformacijo**. Trdno zgrajena telesa se deformirajo le nekoliko (toga telesa praktično nič), pa se že pojavi zadosti velika mehanska napetost, ki zaustavi nadaljnjo deformacijo, mehka in raztegljiva telesa pa se deformirajo precej.

Osnovne deformacije

Glede na smer učinkovanja zunanje sile na telo razlikujemo tele osnovne deformacije telesa: natezno, tlačno in strižno.

Če sila učinkuje pravokotno ven iz ploskve telesa (slika 6.24a), razteguje telo; takšna deformacija je **natezna**. Merilo za velikost natezne deformacije je **raztezek** telesa v smeri učinkovanja sile. Sila, ki učinkuje pravokotno v telo (slika 6.24b), stiska oziroma skrčuje telo; nastala deformacija je **tlačna**, merilo zanjo je **skrčček** telesa v smeri učinkovanja sile. Ob tlačni ali natezni deformaciji se v splošnem spremeni prostornina telesa (poveča ali zmanjša).

Strižna deformacija nastane, če leži zunanja sila v ploskvi telesa (slika 6.25). Dvojica sil F_1 skuša zavrteti telo in ga deformirati. Ker mora biti navor vseh sil nič, učinkuje na telo še druga dvojica sil F_2 (na drug par mejnih ploskev telesa), katere navor je nasprotno enak navoru prve dvojice. Ob tej deformaciji se spremeni oblika telesa (kvader se npr. deformira v romboeder), prostornina pa ne.

Značilnosti posameznih deformacij si bomo ogledali na telesu v obliki kvadra s stranicami a, b, c . Ob **natezni deformaciji** se stranica a raztegne za da , stranica b za db in c za dc . Raztezki da , db in dc so t. i. **dolžinski raztezki**; običajno so majhni v primerjavi s stranicami. Ker je dolžinski raztezek telesa premo sorazmeren s prvotno dolžino (dvakrat, trikrat... daljše telo se dvakrat, trikrat... bolj raztegne), je pomemben in nas zanima **relativni** ali **specifični raztezek**, to je **raztezek na enoto dolžine** (označimo ga z ϵ):

$$\epsilon_x = da/a, \quad \epsilon_y = db/b, \quad \epsilon_z = dc/c \quad (6.5)$$

Specifični raztezek je brez dimenzije, običajno ga podamo v odstotkih, npr. $\epsilon_x = 0,1\% = 0,001$ pomeni, da se 1m dolga stranica raztegne za 0,001 m = 1 mm, 2 m dolga stranica za 2 mm itd.

Prostornina telesa ($V = abc$) se ob natezni deformaciji spremeni za:

$$dV = d(abc) = bc \cdot da + ac \cdot db + ab \cdot dc$$

Relativna (specifična) sprememba prostornine je:

$$dV/V = da/a + db/b + dc/c = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad (6.6)$$

enaka vsoti relativnih raztezkov vseh treh stranic telesa. Za telesa z **izotropnimi lastnostmi** so relativni raztezki v smeri posameznih koordinatnih osi enaki:

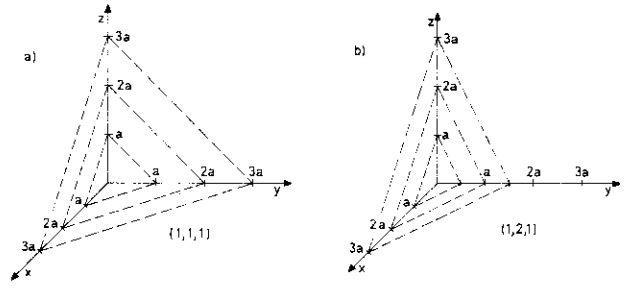
$$\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \epsilon$$

zato velja, da je relativna sprememba prostornine kar enaka trikratnemu relativnemu raztezkju dolžine:

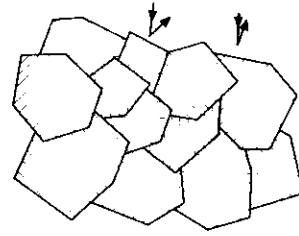
$$dV/V = 3\epsilon \quad (6.7)$$

Podobno ugotovimo, da je relativna sprememba površine ploskve ($S = bc$) enaka vsoti relativnih raztezkov obeh stranic, ki omejujeta ploskev:

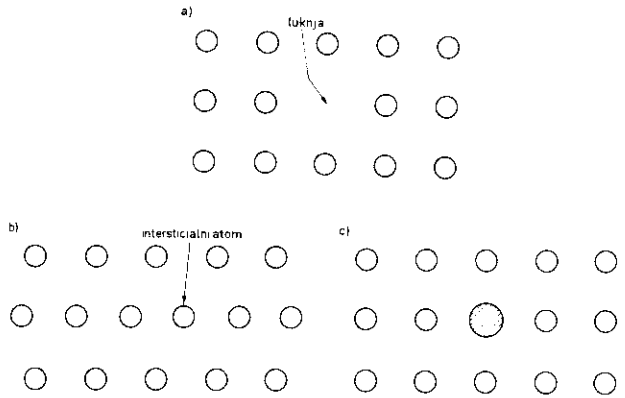
$$dS/S = db/b + dc/c = \epsilon_y + \epsilon_z = 2\epsilon \quad (6.8)$$



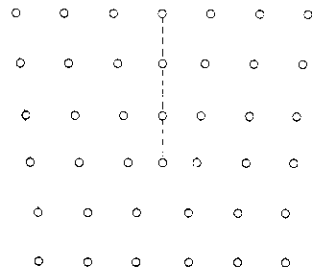
Slika 6.16



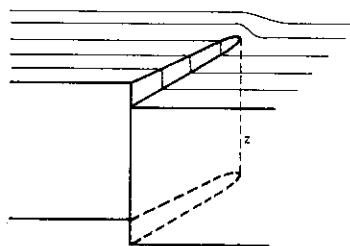
Slika 6.17



Slika 6.18



Slika 6.19



Slika 6.20

Potemtakem lahko izrazimo relativno spremembo prostornine z:

$$dV/V = dS/S + da/a \quad (6.9)$$

Telo s poudarjeno dimenzijo (npr. žico ali palico) običajno raztegujemo v smeri poudarjene dimenzije. Palica z dolžino a in premerom b se v vzdolžni smeri raztegne za da , v prečni smeri pa se skrči, npr. za $-db$ (ker se b zmanjša, je db negativen). Razmerje med relativnim skrčkom v prečni smeri ($-db/b$) in relativnim raztežkom v vzdolžni smeri (da/a) je odvisno od vrste snovi; imenuje se **Poissonovo število** (μ):

$$\mu = (-db/b)/(da/a) \quad \text{ali} \quad \boxed{db/b = -\mu \cdot da/a} \quad (6.10)$$

Relativna sprememba prostornine palice (iz izotropne snovi) zato znaša (gl. 6.9 in 6.8):

$$dV/V = 2 db/b + da/a = (1 - 2\mu) da/a \quad (6.11)$$

Ker se volumen telesa z raztezanjem kvečjemu poveča ($dV \geq 0$), je Poissonovo število vedno manjše od 0,5. Največje število (0,5) imajo snovi, ki kljub raztezanju ne spremenijo prostornine, npr. kapljevine, gumi in podobne snovi. Običajne kovine imajo μ okrog 0,25 do 0,35, jeklo npr. 0.33.

Tlačno deformacijo obravnavamo podobno kot natezno, le smer delujočih sil je nasprotna, namesto pozitivnih raztežkov imamo negativne (skrčke).

Strižna deformacija. Pokončen kvader se deformira v poševen paralelepiped. Telo si lahko predstavljamo kot skladovnico paralelnih plasti (slika 6.26). Ob strižni deformaciji zdrsejajo posamezne plasti druga ob drugi, pri čemer se spremeni oblika telesa, njegova prostornina pa ne.

Za strižno deformacijo je značilno, da se pojavlja obenem na dveh pravokotnih plasteh. Recimo, da se robova kvadra vzdolž osi y (gl. sliko 6.25) zasukata za kót θ_1 ; obenem se robova vzdolž osi x zasukata za kót θ_2 . Prvotni pravokotnik (v ravnini $x-y$) se tako deformira v romboid. **Stopnjo strižne deformacije** definiramo z vsoto kotov:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \quad (6.12)$$

Strižno deformacijo lahko predstavimo kot kombinacijo raztezka v smeri dolge diagonale (e) romboedra **ter skrčka** v smeri prečne diagonale (f). Relativni raztezek v smeri simetrale ploskev (pod kotom 45°), na katerih delujeta dvojici strižnih sil, je enak polovici strižne deformacije:

$$de/e = \theta/2 \quad (6.13a)$$

Enako velik je tudi relativni skrček pravokotno na to smer:

$$df/f = -\theta/2 \quad (6.13b)$$

(za dokaz glej sliko 6.25): $de = b\theta_1 \sin\alpha + a\theta_2 \cos\alpha = e\theta \sin\alpha \cos\alpha = e\theta/2$ za $\alpha = 45^\circ$).

Relativni raztezek v neki smeri (npr. d/l) in obenem enako velik relativni skrček v smeri pravokotno na prvo

smer torej dá strižno deformacijo $\theta = 2 \cdot d/l$ zaradi strižnih sil, ki delujejo na ploskvah pod kotom 45° glede na izbrani smeri.

Posebna oblika strižne deformacije je **torzija**. Vzemimo dolgo valjasto palico z dolžino a in polmerom R . Palica je na enem koncu pritrjena, prosti konec palice pa zasučemo okrog vzdolžne osi, tako da se označen radij na prostem prerezu palice zasučje za kót φ (slika 6.27). Obenem se zavrtijo tudi drugi prečni prerezi palice, le da za tem manjši kót, čim bližje pritrjenemu koncu palice je prerez. Da je tako povzročena deformacija zares strižna, se prepričamo, če plašč palice razvijemo v pravokotnik z dolžino a in širino $2\pi R$. Ta pravokotnik se deformira strižno podobno kot telo na sliki (6.26), pri čemer se vzdolžna stranica a zvije za kót θ . Za majhne zasuke φ oziroma θ velja zveza:

$$R\varphi = a\theta \quad \text{ali} \quad \theta = (R/a)\varphi \quad (6.14)$$

Natezni deformaciji v dveh pravokotnih smereh ter strižna deformacija v njuni ravnini povsem določajo natezno deformacijo v poljubni smeri v tej ravnini. Recimo, da poznamo natezni deformaciji ε_x in ε_y v smeri koordinatnih osi x in y ter strižno deformacijo v ravnini $x-y$. Iščemo natezno deformacijo ε v smeri kota α glede na os x .

Mislimo si pravokotnik s stranicama a in b v smeri osi x in y , katerega diagonala e oklepa kót α s stranico a (smer x). Natezna deformacija v smeri diagonale (de/e) je posledica nateznih deformacij obeh stranic (da/a in db/b) ter strižne deformacije pravokotnika v romboid (ob nespremenjeni ploščini). Prvi delež znaša: $de/e = (da/a)(a/e)^2 + (db/b)(b/e)^2 = \varepsilon_x \cos^2\alpha + \varepsilon_y \sin^2\alpha$, drugi pa: $de = (b\theta_2)\cos\alpha + (a\theta_1)\sin\alpha$ ali $de/e = (\theta_1 + \theta_2)\sin\alpha \cos\alpha = (\theta/2)\sin 2\alpha$ (glej 6.13a za $\alpha = 45^\circ$). Celotna natezna deformacija ε v smeri diagonale torej znaša:

$$\varepsilon = \varepsilon_x \cos^2\alpha + \varepsilon_y \sin^2\alpha + (\theta/2)\sin 2\alpha \quad (6.15)$$

V smeri simetrale ($\alpha = 45^\circ$) velja: $\varepsilon = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \theta)/2$.

Merjenje deformacij. Deformacije so običajno največje na površini telesa, zato večinoma zadostuje, če jih izmerimo le na površini in tako ocenimo zgornjo mejo možnih deformacij telesa.

Strižno deformacijo izračunamo iz enačbe (6.15), tako da izmerimo natezne deformacije v različnih smereh. Natezne deformacije so običajno majhne, relativni raztežki ali skrčki so npr. velikostnega reda 0,001, zato je neposredna meritev otežena. V praksi se najpogosteje uporablja **električno-uporovna metoda** (t.i. **strain-gauge metoda**): merimo spremembo električnega upora zaradi natezne deformacije merilne žice. Merilna žička je kačasto navita in zacementirana na papirno podlago. To prilepimo na površino telesa, katerega raztezek želimo izmeriti. Površina telesa mora biti gladka, vendar ne polirana (da se ploščica močno sprime s površino), predvsem mora biti dobro očiščena. Ploščico usmerimo tako, da so žice v smeri merjenega raztezka. Spremembo električnega upora zaradi raztezka žice izmerimo z **uporovnim mostičkom**. Uporovni mostiček na začetku uravnovesimo (da je tok skozi drsnikovo vejo nič). Ko se merilna žička raztegne, se ravnovesje mostička poruši in skozi drsnikovo vejo steče tok, ki je tem večji, čim večja je deformacija žičke. Instrument je umerjen tako, da pokaže nepo-

sredno natezno deformacijo. Ta metoda je posebej primerna, če nas zanima, kako se deformacija spreminja s časom. Pri meritvah na mehansko zelo obremenjenih elementih (npr. strojih) je merilna žička dolga 1–2 cm, pri dolgih betonskih elementih pa je dolga tudi do 1 m.

Z metodo strain-gauge izmerimo natezno deformacijo (ϵ) v smeri merilne žičke. Da dobimo deformaciji ϵ_x in ϵ_y ter strižno deformacijo θ , moramo izmeriti ϵ vsaj v treh različnih smereh, npr. v smereh kotov α_1 , α_2 in α_3 glede na os x ; izmerjene natezne deformacije so npr. ϵ' , ϵ'' in ϵ''' , za katere velja (gl. 6.15):

$$\begin{aligned} \epsilon' &= \epsilon_x \cos^2 \alpha_1 + \epsilon_y \sin^2 \alpha_1 + (\theta/2) \sin(2\alpha_1) \\ \epsilon'' &= \epsilon_x \cos^2 \alpha_2 + \epsilon_y \sin^2 \alpha_2 + (\theta/2) \sin(2\alpha_2) \\ \epsilon''' &= \epsilon_x \cos^2 \alpha_3 + \epsilon_y \sin^2 \alpha_3 + (\theta/2) \sin(2\alpha_3) \end{aligned}$$

Od tod izračunamo ϵ_x , ϵ_y in θ , to je vse natezne in strižne deformacije v ravnini merilne ploščice.

Mehanske napetosti

Deformacijski učinek sile (to je relativni raztezek, skrčak ali strig) je odvisen od razmerja sile in površine ploskve, na kateri sila učinkuje. O tem se enostavno prepričamo takole (slika 6.28): Palica s prerezom S se pri dani dvojici nateznih sil F raztegne za x . Če palico ob bok priključimo in prilepimo obnjo enako obremenjeno palico, dobimo novo palico s dvakratnim prerezom ($2S$), ki je obremenjena z dvojno silo ($2F$). Očitno je raztezek nove palice enak (x) ko pri eni sami palici. Torej se raztezek ne spremeni, če dvakrat večja sila učinkuje na dvakrat večjem prerezu, če je torej kvocient sile in preseka (F/S) enak. Ta kvocient imenujemo (gl. str. 62) **napetost sile**. Merimo ga v enotah $N/m^2 = Pa$ (pascal), večja enota je bar $= 10^5 Pa = 0,1 MPa$, stara enota je bila $kp/mm^2 = 10^7 N/m^2 = 10 MPa$.

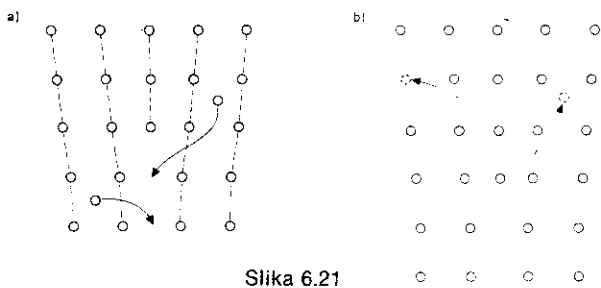
Če je sila usmerjena pravokotno iz ploskve (ven iz telesa), se napetost F/S imenuje **natezna napetost**; običajno jo označimo s σ . Napetost sile, ki je usmerjena pravokotno skozi ploskev v telo, imenujemo **tlak sile** (p). V ploskvi ležeča sila (to je strižna sila) povzroča **strižno napetost** (τ).

Sila, ki je poševna glede na ploskev (slika 6.29), povzroča tako strižno napetost (τ) kot natezno napetost σ oziroma tlak p :

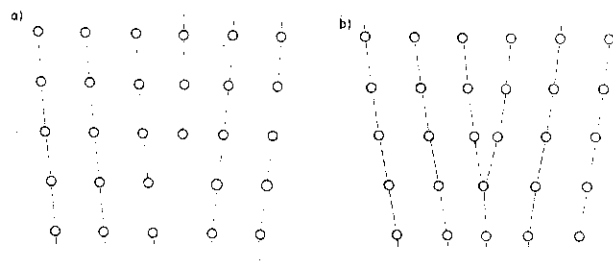
$$F/S = \tau + \sigma$$

Napetost sile je merilo za ploskovno zgoščenost sile. Med deformacijo se oblika telesa spreminja, ploskev S , na kateri sila učinkuje, se krči ali razteza, zaradi česar se kljub stalni sili spreminja njena napetost. Običajno se napetost sile navaja glede na začetno, nedeformirano stanje. Ko obravnavamo obnašanje snovi med deformacijo, npr. tik pred porušitvijo, pa so pomembne napetosti, preračunane na prerez deformiranega telesa. Pogosto se napetosti, izračunane na prvi ali drugi način, precej razlikujejo.

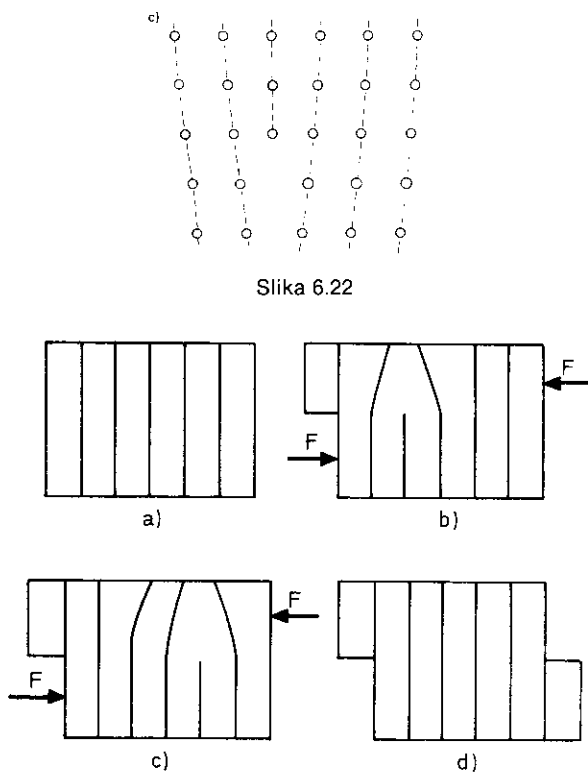
Zunanja sila z deformacijo povzroči, da se v vsaki točki telesa pojavi mehanska napetost, ki učinkuje v vseh smereh. Na vsaki (poljubno usmerjeni) ploskvi v notranjosti telesa se čuti vpliv mehanske napetosti.



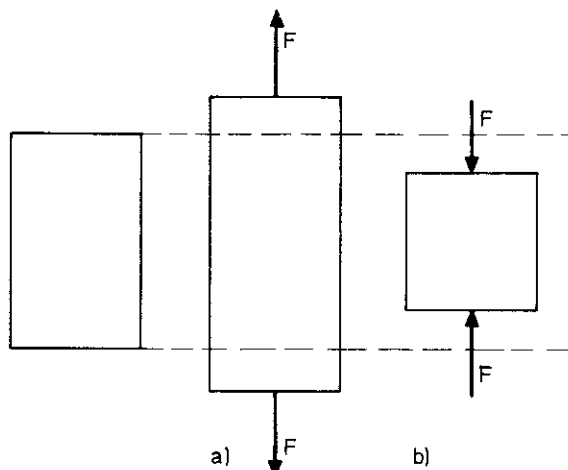
Slika 6.21



Slika 6.22



Slika 6.23



Slika 6.24

Ena stran telesa prek ploskvice učinkuje z mehansko napetostjo na drugo stran, obenem pa tudi druga stran prek iste ploskvice učinkuje na prvo stran z nasprotno enako napetostjo (gl. Newtonov zakon o medsebojnem učinkovanju sil, str. 31). To velja ne glede na smer ploskvice, le da je velikost napetosti (natezne ali strižne) v splošnem odvisna od usmerjenosti ploskvice. Na sliki (6.30) sta označeni natezna napetost (σ) in strižna napetost (τ) na nekem prerezu palice (prerez je pravokoten na list). Zamislimo si, da palico na mestu prereza nekoliko razmaknemo. Levi konec palice npr. čuti strižno napetost τ in natezno napetost σ , s katerima ga desni konec vleče navzgor oziroma v desno. Obenem desni konec palice čuti enako veliki napetosti, s katerima ga levi konec vleče navzdol oziroma v levo.

Napetostni tenzor. Poznati napetostno stanje v telesu se pravi, poznati natezne in strižne napetosti v poljubnem prerezu telesa. Predvsem nas zanima, kako so napetosti na danem mestu telesa odvisne od smeri ploskvice. Pokazali bomo, da je napetost (natezna in strižna) za izbrano smer ploskvice določena in jo lahko izračunamo, če so dane napetosti (natezne in strižne) v treh pravokotnih koordinatnih smereh.

Mislimo si v telesu diferencialni prostorninski element s stranicami dx , dy in dz (sl. 6.31). Smer mejnih ploskev elementa izrazimo s smerjo normale na ploskev, npr. normala ploskve $S_x = dydz$ je v smeri osi x , ploskev S_x je torej pravokotna na os x . Ploskev $S_y = dx dz$ je pravokotna na os y in ploskev $S_z = dx dy$ na os z . Celotno napetost v ploskvi S_x razstavimo na pravokotno projekcijo σ_x (natezna napetost) in na strižno projekcijo τ_x . Ker ima zadnja v splošnem poljubno smer v ploskvi yz , jo razstavimo na projekciji τ_{xy} v smeri osi y in τ_{xz} v smeri osi z . Podobno napravimo za druge ploskve. Na ploskvi S_y učinkuje pravokotna natezna napetost σ_y ter projekciji strižne napetosti τ_{yx} in τ_{yz} , na ploskvi S_z pa natezna napetost σ_z in strižni napetosti τ_{zx} ter τ_{zy} . Prvi indeks označuje ploskev, na kateri napetost učinkuje, drugi pa smer projekcije napetosti.

Na sliki (6.32) je narisana ploskev $S_x = dydz$ v ravnini koordinatnih osi y in z . Označene so napetosti, delujoče na vseh štirih stranskih ploskvah S_y in S_z (te so pravokotne na list). Ker element miruje, mora biti vektorska vsota vseh delujočih sil nič. V limiti, ko prostorninski element $dx dy dz$ limitira v točko, lahko volumenske sile (težo elementa) zanemarimo v primerjavi s silami napetosti na mejnih ploskvah elementa. Če na desno ploskev S_y deluje natezna napetost σ_y v desno, deluje na levo ploskev S_y natezna napetost ($-\sigma_y$) v levo. V smeri y tudi učinkujeta y -projekciji strižne napetosti τ_z z obeh vzporednih ploskev S_z (ter y -projekciji od τ_x s ploskev S_x), ki sta ravno tako nasprotno enaki: τ_{zy} na zgornji ploskvi S_z je $-\tau_{zy}$ na spodnji. Dvojica strižnih napetosti τ_{zy} na vzporednih ploskvah S_z skuša zavrteti element z navorom $(\tau_{zy} dx dy) dz$. Ker se element ne vrti, deluje na pravokotnih ploskvah S_y dvojica strižnih napetosti τ_{yz} , ki vrti element z enako velikim navorom kot dvojica τ_{zy} , le da v nasprotni smeri: $-(\tau_{yz} dx dz) dy$.

Sledi:

$$(\tau_{zy} dx dy) dz = (\tau_{yz} dx dz) dy \quad \text{ali} \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} \quad (6.16)$$

Ni mogoče, da bi se strižna napetost pojavila le na enem paru vzporednih ploskev elementa. Brž ko imamo strižno napetost τ_{yz} za vzporednih ploskvah S_y ,

imamo tudi enako veliko strižno napetost τ_{zy} na pravokotnih vzporednih ploskvah S_z . Enako velja za druge koordinatne ploskve:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \text{ter} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (6.16a)$$

Natezne napetosti σ_x , σ_y in σ_z ter projekcije strižnih napetosti τ_{xy} , τ_{yz} in τ_{zx} sestavljajo komponente t. i. **napetostnega tenzorja**, ki ga simbolično izrazimo v obliki:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

Napetostni tenzor ima sicer 9 komponent, vendar je zaradi simetrije: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ in $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ neodvisnih le 6.

Komponente napetostnega tenzorja so v splošnem odvisne od smeri koordinatnih osi x , y in z v prostoru. Če koordinatni sistem zasukamo, se komponente tenzorja (to je natezne in strižne napetosti) spremenijo. Ker so nediagonalne komponente tenzorja simetrično enake (**tenzor je simetričen**), je mogoče najti takšno smer koordinatnih osi, da so od nič različne le diagonalne komponente (to je natezne napetosti), nediagonalne komponente (strižne napetosti) pa so identično nič. Te izbrane smeri koordinatnih osi se imenujejo **glavne osi napetostnega tenzorja**. V vsaki točki telesa imamo tri, med seboj pravokotne glavne osi; označimo jih z X , Y in Z . Natezne napetosti v smeri glavnih osi so **glavne napetosti**: σ_1 v smeri X , σ_2 v smeri Y in σ_3 v smeri Z (slika 6.33). Napetostni tenzor (gl. 6.17) ima glede na glavne koordinatne osi obliko:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad (6.17a)$$

Poznavajoč glavne napetosti σ_1 , σ_2 in σ_3 ter smeri glavnih osi X , Y in Z v dani točki telesa, lahko za to točko izračunamo projekcije napetosti na poljubno usmerjeno ploskvico.

Rezultat je (brez dokaza) tale; natezna napetost σ in strižna napetost τ na ploskvi, katere normala oklepa z glavnimi osmi X , Y in Z kot α_1 , α_2 in α_3 , sta dani z enačbama:

$$\sigma = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3 \quad (6.18a)$$

$$\tau^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma^2 \quad (6.18b)$$

V smeri glavnih osi obstajajo le natezne (oziroma tlačne) napetosti; strižnih napetosti ni.

Glavne napetosti σ_1 , σ_2 in σ_3 določajo **napetostno stanje** v dani točki telesa. To stanje se v splošnem spreminja od točke do točke. Za vsako točko telesa moramo poznati glavne napetosti in smeri glavnih osi.

Poseben primer je t. i. **izotropno napetostno stanje**, pri katerem je **natezna napetost neodvisna od smeri**. Takšno stanje dobimo, če so glavne napetosti med seboj enake:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$$

Iz enačb (6.18) namreč dobimo, da za poljubno smer velja:

$$\sigma^2 = \sigma_1^2(\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2 + \cos^2\alpha_3) = \sigma_1^2 \quad \text{ali}$$

$$\sigma = \sigma_1$$

ter

$$\tau^2 = \sigma_1^2 - \sigma^2 = 0$$

Če so glavne natezne napetosti enake, je natezna napetost neodvisna od smeri in strižna napetost je nič.

Izotropno napetostno stanje je v mirujoči tekočini: tlak je neodvisen od smeri, strižna napetost je nič.

Hookov zakon

Deformacija telesa je v zvezi z mehansko napetostjo. Čim večja je napetost, tem bolj se telo deformira, ali obratno: večji deformaciji ustreza večja napetost. Zveza med napetostjo in deformacijo je za različne snovi v splošnem različna, pri dani snovi pa je odvisna tudi od stanja snovi, npr. od temperature, od predhodne mehanske ali termične obdelave in podobno. Posebej je ta zveza zapletena pri velikih deformacijah, ko se izrazijo plastični pojavi, npr. na meji trdnosti snovi; tu se vsaka snov obnaša po svoje.

Pri majhnih deformacijah (in majhnih napetostih) pa je povezava med deformacijo in napetostjo razmeroma enostavna in lahko vse snovi obravnavamo enotno. V tem območju je namreč **napetost linearno odvisna od deformacije** (t. i. **Hookov zakon**):

Napetost je premo sorazmerna z deformacijo (slika 6.34), deformacija telesa se spreminja premo sorazmerno z napetostjo. Če napetost popusti (telo razbremenimo), se sorazmerno zmanjša tudi deformacija; neobremenjeno telo je brez deformacije. Hookov zakon torej pomeni, da je deformacija elastična.

Napišimo Hookov zakon za različne deformacije.

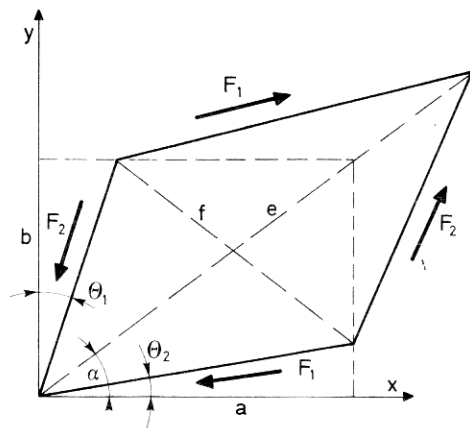
Hookov zakon za nateg

Palico (dolžina a , prečni presek S) vzdolžno nategnemo z dvojico sil F , zaradi česar učinkuje na vsakem prečnem preseku natezna napetost $\sigma = F/S$ in palica se raztegne za Δa . Relativni raztezek palice ($\epsilon = \Delta a/a$) je po Hookovem zakonu premo sorazmeren z natezno napetostjo: $\epsilon = konst \cdot \sigma = (1/E)\sigma$ ali

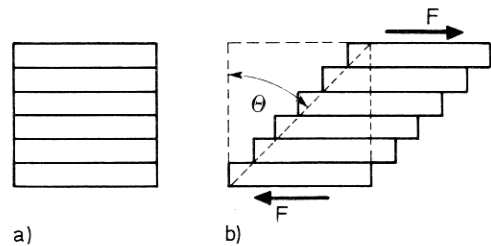
$$\sigma = E\epsilon \tag{6.19}$$

Sorazmernostna konstanta E se imenuje **prožnostni modul** snovi; odvisen je od vrste in stanja snovi. Ker je relativni raztezek ϵ brez dimenzije, ima prožnostni modul enako dimenzijo kot natezna napetost, to je $N/m^2 = Pa$; večja enota je bar = 100 kPa.

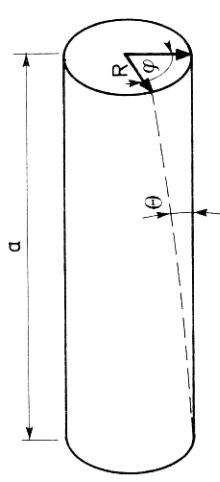
Prožnostni modul podaja elastično odpornost telesa proti deformaciji, je merilo elastične togosti telesa. Čim večji je E , tem manjši je raztezek pri dani napetosti, oziroma tem večja napetost je potrebna za dan raztezek. Teško raztegljive snovi (npr. jeklo) imajo velik E (okrog $2 \cdot 10^6$ bar), lahko raztegljive (npr. gumi) pa majhnega (40–100 bar) (slika 6.35). V konstrukcijah, kjer znatni raztezki niso zaželeni, smemo uporabljati le snovi z velikim prožnostnim modulom.



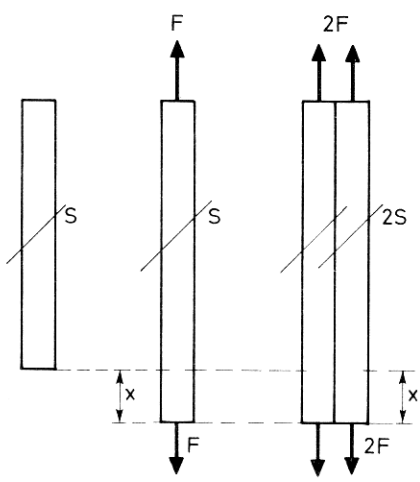
Slika 6.25



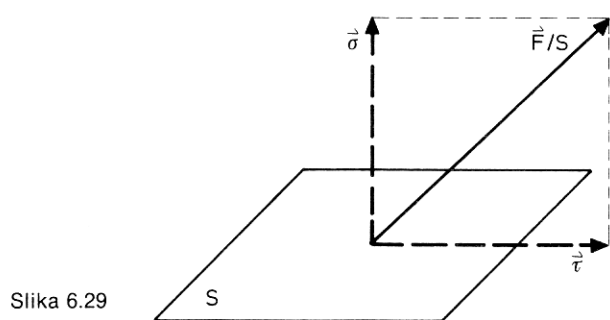
Slika 6.26



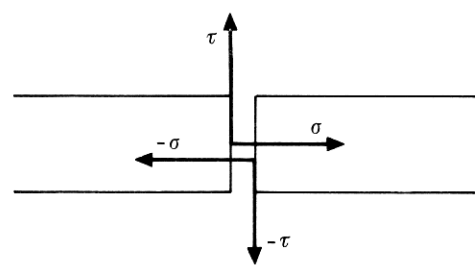
Slika 6.27



Slika 6.28



Slika 6.29



Slika 6.30

Območje veljavnosti Hookovega zakona običajno izrazimo z največjim relativnim raztežkom ε_l , pri katerem je napetost še premo sorazmerna z raztežkom (oziroma z največjo napetostjo $\sigma_l = E\varepsilon_l$). Za kovine je ε_l okrog 0,001–0,002, za steklena vlakna 0,05, najlonska vlakna 0,2, za vulkaniziran kavčuk pa celo 3–5.

Primer:

En konec 2 mm debele jeklene žice pritrdimo v strop, na prosti konec pa obesimo utež z maso 10 kg. Za koliko se raztegne 1 m dolga žica? Prožnostni modul jekla je 200 GPa.

Viseča utež vleče žico navzdol s silo $F = mg = 100$ N. Z enako veliko silo vleče strop navzgor. Zaradi te dvojice sil učinkuje na vsakem prerezu žice natezna napetost $\sigma = F/S = 4F/\pi d^2 = 3,2 \cdot 10^7$ N/m². Relativni raztezek žice zato znaša: $\varepsilon = \sigma/E = 0,0016$ ter $\Delta a = \varepsilon a = 3,2$ mm.

Hookov zakon za tlak

V območju veljavnosti Hookovega zakona se telo med stiskanjem obnaša podobno kot med raztezanjem; prožnostni modul za tlak je enak prožnostnemu modulu za nateg. Razmeroma enostavno je telo raztegniti in izmeriti raztezek v smeri raztezanja, meritev skrčka pa je bolj zahtevna, saj se telo med stiskanjem lahko dodatno deformira v prečni smeri (upogne ali ukloni). Potrebna so vodila, ki preprečijo prečno deformacijo.

Sicer pa redkokdaj stiskamo telo v eni sami smeri. Večinoma deluje na telo tlak z vseh smeri in nas zanima sprememba (zmanjšanje) celotne prostornine telesa (ne le skrček v eni smeri). Ker oblika telesa tu ni pomembna, se pojav nanaša tako na trdnine kot na tekočine.

Tlačno deformacijo telesa izrazimo z relativno spremembo prostornine $\Delta V/V$, pri čemer je V prvotna prostornina, ΔV pa zmanjšanje prostornine zaradi tlaka p , ki z vseh strani pritiska na celotno mejno površino telesa (slika 6.36). Hookov zakon za to deformacijo pravi, da je **relativna sprememba prostornine premo sorazmerna z delujočim tlakom**:

$$\Delta V/V = \chi p \quad (6.20)$$

Sorazmernostni faktor χ se imenuje **stisljivost snovi** (merska enota m²/N ali /bar). Stisljivost trdnin je povezana s prožnostnim modulom (glej enačbo 6.25); velik E pomeni majhno stisljivost in obratno.

Primer:

S kolikšnim tlakom moramo z vseh strani pritisniti na vodo, da se njena prostornina zmanjša za eno tisočinko prvotne vrednosti? Stisljivost vode je $5 \cdot 10^{-5}$ /bar.

$$\Delta V/V = 0,001 = \chi p \quad \text{ali} \\ p = 20 \text{ bar}$$

Hookov zakon za strig

Strižno napetost povzročata para nasprotno enakih strižnih napetosti. Nastala strižna deformacija, podana s kotom θ (gl. 6.12), je po Hookovem zakonu premo sorazmerna s strižno napetostjo τ , kar napišemo v obliki:

$$\tau = G\theta \quad (6.21)$$

Sorazmernostni parameter G se imenuje **strižni modul**; je merilo odpornosti telesa proti spremembi oblike.

Hookov zakon za torzijo

Zasuk ali torzija na eni strani vpete žice ali palice je v zvezi s strižno deformacijo (gl. str. 134). En konec palice (dolžina a , polmer R) pritrdimo na strop, drugi konec pa zasučemo za kót φ okrog vzdolžne osi, za kar je potreben navor M (slika 6.27).

Torzijsko deformacijo podamo s kotom φ , za katerega se zasučje spodnji prerez žice okrog njene geometrijske osi. Ta zasuk povzroči navor M , ki je rezultanta navorov strižnih napetosti, zvezno porazdeljenih po spodnjem prerezu žice. Navor M je po Hookovem zakonu premo sorazmeren z zasukom φ :

$$M = D\varphi \quad (\text{gl. str. 110}) \quad (6.22)$$

Parameter D je **sučna konstanta žice**, odvisna je tako od vrste snovi kot od dolžine in premera žice. Čim večja je sučna konstanta D , tem težje je žico zasukati, tem večji navor M je potreben za dan zasuk. Tanke in dolge vrvi zlahka zvijamo, kratke in debele jeklene palice pa ne.

Poiščimo zvezo med sučno konstanto D in strižnim modulom G žice.

Žico v mislih razrežemo na tanke koaksialne plašče. En tak plašč s polmerom r ima prečni prerez s ploščino $2\pi r dr$ (slika 6.38). Vzdolžna stranica (a) tega plašča se zvije za kót θ , ki je povezan z zasukom palice z enačbo: $\theta = \varphi r/a$ (gl. 6.14).

Celotna strižna sila F (ki suče žico) je zvezno porazdeljena po spodnjem prerezu žice. Na kolobarjast pas s polmerom r in širino dr odpade strižna sila dF . Hookov zakon za strižno deformacijo tega plašča ima obliko:

$$\tau = dF/(2\pi r dr) = G\theta = G(r/a)\varphi \quad \text{ali} \\ dF = (2\pi G\varphi/a)r^2 dr$$

Navor delne strižne sile F znaša:

$$dM = r dF = (2\pi G\varphi/a)r^3 dr$$

Celoten navor M na spodnjem prerezu žice je:

$$M = \int dM = (2\pi G\varphi/a) \int_0^R r^3 dr = \pi GR^4\varphi/2a = D\varphi$$

ali

$$D = \pi GR^4/2a \quad (6.23)$$

Vidimo, da je sučna konstanta žice sorazmerna s četrto potenco polmera (debeline) žice in obratno sorazmerna z njeno dolžino.

Primer:

1 m dolga in 1 cm debela bakrena palica je vpeta vodoravno v zid. Na prostem koncu palice je pritrjeno kolo s premerom $d = 20$ cm (slika 6.39). Po obodu kolesa je navita vrv. Če na vrv obesimo utež $m = 25$ kg, se kolo s palico vred zasuče v kót $\varphi = 29^\circ$. Kolik je strižni modul bakra?

Teža viseče uteži povzroča navor $M = mgd/2$, ki prek kolesa suče prosti konec palice.

$$M = D\varphi = (\pi GR^4/2a)\varphi = mgd/2 \quad \text{ali}$$

$$G = mgad/(\pi R^4\varphi) = 50 \text{ kN/mm}^2$$

Zveza med prožnostnimi parametri za izotropne snovi

Zgoraj smo obravnavali enostavne primere Hookovega zakona za posamezne vrste deformacij, pri čemer smo vpeljali prožnostne parametre E , G in χ . V splošnem so različne deformacije medsebojno povezane (strižna deformacija je npr. kombinacija raztezka v eni smeri in skrčka v pravokotni smeri, gl. str. 134), zato so povezani tudi prožnostni parametri. Videli bomo, da zadoštuje, če poznamo prožnostni modul E in Poissonovo število μ , druga dva parametra (G in χ) pa lahko izrazimo z njima.

Vzemimo palico v obliki podolgovatega kvadra (slika 6.40a) in jo obremenimo z natezno napetostjo σ v vzdolžni smeri. Relativni raztezek v vzdolžni smeri je $\varepsilon = \sigma/E$, relativni skrček premera palice v prečni smeri pa je enak $\Delta d/d = \mu\varepsilon$ (gl. 6.10). Vzdolžni raztezek palice (ε) in njen prečni skrček ($\Delta d/d$) pa lahko izrazimo tudi drugače. Mislimo si, da sta natezni napetosti σ na mejnih ploskvah A palice sestavljeni iz treh enakih deležev $\sigma/3$ ter da na obeh parih stranskih ploskev palice delujeta para nasprotno enakih napetosti $\sigma/3$ (slika 6.40b). Napetostne razmere so enake kot prej, zato so enake tudi deformacije.

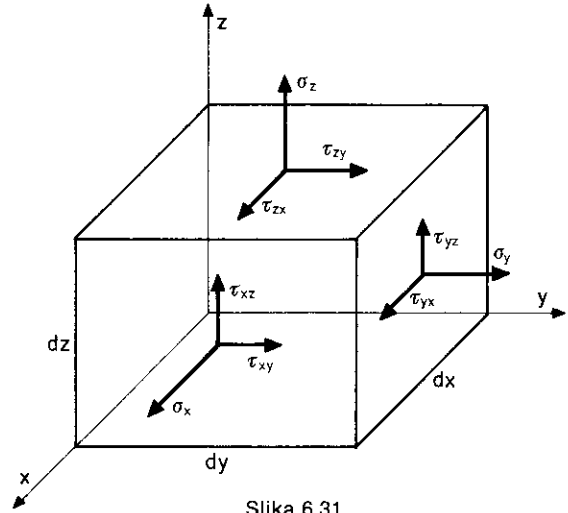
Natezne napetosti $\sigma/3$, ki na vseh ploskvah raztegujejo palico, povzročajo relativno povečanje prostornine $\chi\sigma/3$, zaradi česar nastane v vzdolžni smeri palice relativni raztezek $\chi\sigma/9$ (tretjina prostorninskega raztezka, ker je snov izotropna) in enako velik raztezek v prečni smeri.

Nasprotno enaki natezni napetosti $\sigma/3$ v vzdolžni smeri ter nasprotno enaki tlačni napetosti $\sigma/3$ v prečni smeri (na paru stranskih ploskev) povzročajo strižno deformacijo (gl. str. 138): $\theta = \sigma/3G$, zaradi česar se diagonala v vzdolžni smeri palice poveča za relativni raztezek $\theta/2 = \sigma/6G$, diagonala v prečni smeri pa se skrajša za relativni skrček $\sigma/6G$ (gl. 6.13).

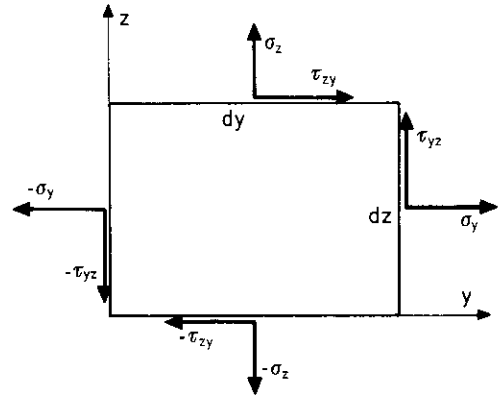
Relativni raztezek palice v vzdolžni smeri torej lahko izrazimo tudi takole:

$$\varepsilon = \chi\sigma/9 + \sigma/6G + \sigma/6G = \chi\sigma/9 + \sigma/3G$$

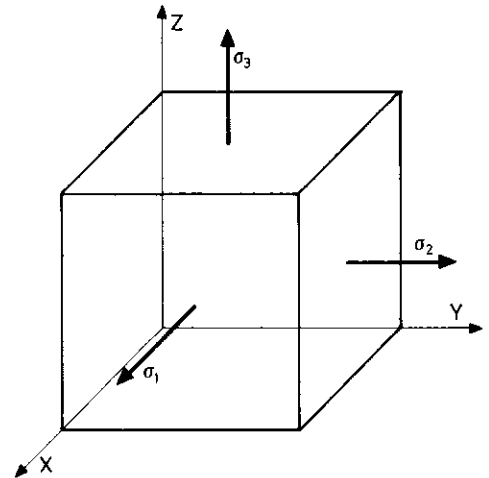
relativni skrček v prečni smeri pa:



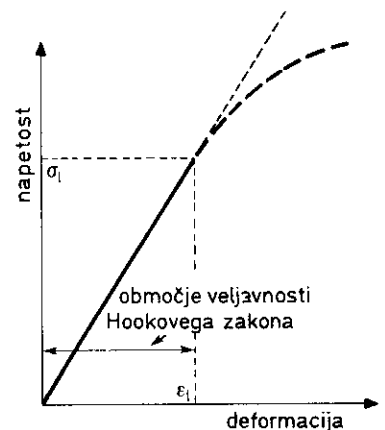
Slika 6.31



Slika 6.32



Slika 6.33



Slika 6.34

$$\Delta d/d = \sigma/6G - \chi\sigma/E$$

Ker je $\varepsilon = \sigma/E$ in $\Delta d/d = \mu\sigma/E$, dobimo povezavi:

$$1/E = \chi/9 + 1/3G \quad \text{ter} \quad (6.24a)$$

$$\mu/E = 1/6G - \chi/9 \quad (6.24b)$$

ali

$$G = E/2(1 + \mu) \quad (6.25a)$$

$$\chi = 3(1 - 2\mu)/E \quad (6.25b)$$

Za nestisljive snovi je $\chi = 0$ in zato $\mu = 0,5$ ter $G = E/3$. **Strižni modul malo stisljivih snovi je približno tretjina modula prožnosti.** Kovine imajo μ okrog 0,33, zato je zanje $G \approx 0,4E$ in $\chi \approx 1/E$.

Enostavni primeri elastomehanike

1. Konstanta prožnosti žice

Iz srednje šole se spominjamo (glej tudi str. 43), da je sila prožnosti premo sorazmerna z raztežkom: $F = kx$, kjer je k konstanta prožnosti žice. Za raztezek x žice je potrebna sila $F = kx$. S pomočjo Hookovega zakona $\sigma = E\varepsilon$ ali $F/S = E \cdot x/a$ lahko konstanto prožnosti žice izrazimo s prožnostnim modulom.

$$F = kx = SE \cdot x/a \quad \text{ali} \quad k = ES/a \quad (6.26)$$

Konstanta prožnosti žice je tem večja (žico je tem težje raztegniti), čim debelejša in čim krajša je žica ter čim večji je njen prožnostni modul. Dolge in tanke žice so bolj raztegljive kot kratke in debele.

2. Raztezek viseče palice zaradi lastne teže

Svinčeno palico z dolžino $a = 1$ m in enakomernim prerezom (S) obesimo, da prosto visi s stropa. Za koliko (Δa) se palica raztegne zaradi lastne teže? Gostota svinca je $\rho = 11,3 \text{ g/cm}^3$, prožnostni modul je $E = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.

Zaradi lastne teže se napetost v palici povečuje od prostega konca palice navzgor do pritrdišča, kjer je največja.

Mislimo si element palice z dolžino dx na globini x pod pritrdiščem (slika 6.41). Zgornji del palice ga vleče s silo $\sigma(x)S$ navzgor, spodnji del pa s silo $\sigma(x + dx)S$ navzdol. Ker element miruje, je vsota vseh sil nič: $\sigma(x)S = \sigma(x + dx)S + gdm$ ali

$$d\sigma = \sigma(x + dx) - \sigma(x) = -\rho g dx$$

Dobljeno enačbo integriramo od $x = a$ (kjer je $\sigma = 0$) do x in dobimo:

$$\sigma(x) = \rho g(a - x) \quad (6.27)$$

Ta element palice se zaradi natezne napetosti $\sigma(x)$ raztegne za $da = dx \cdot \sigma(x)/E = (\rho g/E)(a - x)dx$. Celoten

raztezek palice (Δa) je integral diferencialnih raztezkov posameznih elementov:

$$\Delta a = \int da = (\rho g/E) \int_0^a (a - x) dx = \rho g a^2 / 2E \quad (6.28)$$

$$\Delta a = 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 3,7 \mu\text{m}$$

Raztezek kovinskih palic zaradi lastne teže je večinoma zanemarljivo majhen.

3. Upogibni navor elastičnih sil v zakrivljenem nosilcu

Med raztezanjem v vzdolžni smeri palice deluje natezna napetost na vsakem mestu prečnega prereza palice. Če so te napetosti enake, se vsak del prereza enako razteza, kar pomeni, da se prerez translatorno premakne v smeri raztezanja; palica se razteza brez zvijanja v prečni smeri. Brž ko pa so napetosti vzdolž prereza palice iz kakršnegakoli razloga različne, se različni deli prereza različno raztezajo (eni se raztezajo, drugi celo krčijo) in prerez palice se zvije, kar pomeni, da na prerezu učinkuje navor (upogibni navor) elastičnih sil. **Upogibni navor v prerezu palice je posledica neenakomernega raztezanja prečnega prereza palice v vzdolžni smeri, npr. če palico zvijemo ali kako drugače deformiramo v prečni smeri.**

Vzemimo elastični nosilec (palico) s stalnim prečnim prerezom (ki je npr. simetričen – pravokoten, ovalen ipd.) in ga zvijmo v krožni lok s polmerom R (slika 6.42). Plasti na zunanji strani zvitega nosilca se raztegnejo, notranje plasti pa skrčijo. Vmes – približno po sredini – je plast, ki se niti ne raztegne niti ne skrči, to je t. i. **nevtralna plast** (črta $N - N'$ na sliki 6.42a). Polmer R zakrivljenega nosilca merimo vzdolž nevtralne plasti; dolžina te plasti je $R\varphi$, kjer je φ kôt, ki ga objema krožni lok nosilca.

Poglejmo, kakšne napetostne razmere so v prečnem prerezu zakrivljenega nosilca. Koordinatna os z je v ravnini zakrivljenosti, izhodišče postavimo na nevtralno plast (slika 6.42b). Plasti s pozitivno koordinato z se med zakrivljanjem nosilca raztegnejo (v teh plasteh se zato pojavijo elastične sile, ki skušajo plasti skrčiti, te sile vzamemo kot pozitivne), plasti z negativnim z pa skrčijo (negativne elastične sile skušajo plasti raztegniti). Plast $Z - Z'$ s prečnim prerezom dS , ki je na »višini« z nad nevtralno plastjo, se med deformacijo raztegne od $R\varphi$ na $(R + z)\varphi$, to je za $z\varphi$. Zaradi te raztegnitve se v njej pojavi elastična sila dF , ki jo skuša skrčiti nazaj do prvotne dolžine. Sila dF deluje pravokotno na prerez dS , izračunamo jo s Hookovim zakonom (6.19):

$$\sigma = dF/dS = \varepsilon E = E \cdot z\varphi/R\varphi = (E/R)z \quad \text{ali} \quad dF = (E/R)z dS$$

Lego nevtralne plasti določa ravnovesni pogoj, ki mora biti izpolnjen za vsak prečni prerez nosilca, namreč, da je vsota vseh elastičnih sil na prerezu enaka nič:

$$\int dF = 0 = (E/R) \int z dS = 0 \quad \text{ter} \quad \int z dS = 0$$

Koordinata težišča prereza je določena z enačbo $z_c = \int z dS/S$ (gl. str. 61) Torej je težišče prereza na nevtralni plasti (ki je v koordinatnem izhodišču). **Nevtralna črta povezuje težišča prečnih prerezov nosilca.**

Elastična sila dF , delujoča na plasti $Z - Z'$, povzroča glede na simetrijsko os v nevtralni plasti navor:

$$dM = zdF = (E/R)z^2dS$$

Celoten navor M vseh elastičnih sil na prerezu S zakrivljenega nosilca (t. i. **upogibni navor**) znaša:

$$M = \int dM = (E/R) \int z^2 dS = (E/R)J_u \quad (6.29)$$

pri čemer smo s količino J_u izrazili t. i. **upogibni vztrajnostni moment prereza**:

$$J_u = \int z^2 dS \quad \text{integriramo po prečnem prerezu} \quad (6.30)$$

Upogibni vztrajnostni moment je odvisen od oblike in velikosti prečnega prereza nosilca. Pri danem prerezu je odvisen tudi od smeri simetrijske osi, to je od ravnine upogibanja nosilca.

Na vsakem prečnem prerezu zakrivljenega nosilca se pojavi **upogibni navor elastičnih sil, ki nasprotuje zakrivljanju nosilca in skuša izravnati nosilec**. Čim močnejše zakrivimo nosilec (manjši R), tem večji elastični upogibni navor moramo premagovati. Upogib vodoravnega nosilca zaradi navpične obremenitve (npr. zaradi lastne teže) je manjši, če ima prečni prerez nosilca večji upogibni vztrajnostni moment J_u , npr. če je prerez v obliki traverze. Upogibni vztrajnostni moment J_u podaja odpornost nosilca proti upogibu.

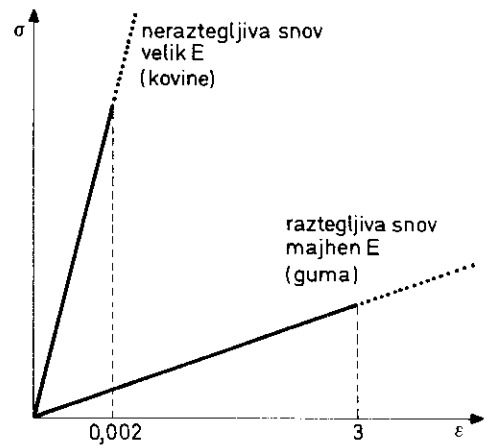
Poiščimo še izraz za polmer R zakrivljenosti nosilca. Recimo, da funkcija $f(x)$ predstavlja potek krivulje, ki jo nevtralna plast zariše v upogibni ravnini (slika 6.43). Matematika nas uči, da je polmer R zakrivljenosti neke krivulje določen s prvim in drugim odvodom prek enačbe:

$$R = [1 + (dy/dx)^2]^{3/2} / (d^2y/dx^2) \quad (6.31)$$

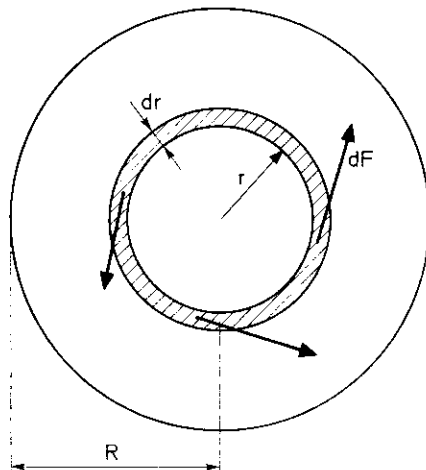
Običajno je nosilec le nekoliko zakrivljen, tako da je odvod dy/dx majhen in lahko $(dy/dx)^2$ zanemarimo v primerjavi z 1. V tem približku je torej $1/R \approx d^2y/dx^2$ in

$$M = EJ_u d^2y/dx^2 \quad (6.32)$$

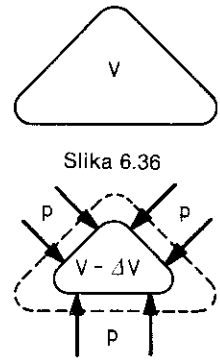
Upogibni moment elastičnih sil v zakrivljenem nosilcu je premo sorazmeren z modulom prožnosti, upogibnim vztrajnostnim momentom in drugim odvodom krivulje nevtralne plasti po vzdolžni koordinati. O predznaku upogibnega momenta se dogovorimo takole: pri navzgor (konkavno) zakrivljenem nosilcu je drugi odvod krivulje pozitiven in je zato pozitiven tudi upogibni navor M (slika 6.44): zgornje plasti so skrčene, spodnje raztegnjene. Desna stran upognjenega nosilca skuša prek prereza zavrteti levo stran z upogibnim navorom M navzgor. Obnemanem čuti desna stran enak upogibni navor M , s katerim delujejo nanjo elastične sile v levem delu nosilca in jo skušajo zavrteti navzgor (slika 6.44b). Upogibni navor M pa je negativen pri navzdol (konvexno) zakrivljenem nosilcu (slika 6.45): zgornje plasti so raztegnjene, spodnje skrčene. Oba dela zakrivljenega nosilca čutita na prerezu upogibni navor, ki ju skuša zavrteti navzdol. Vidimo, da **skuša upogibni navor elastičnih sil izravnati nosilec**.



Slika 6.35

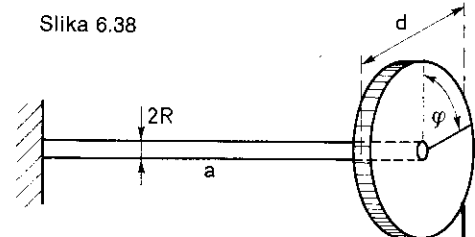


Slika 6.38

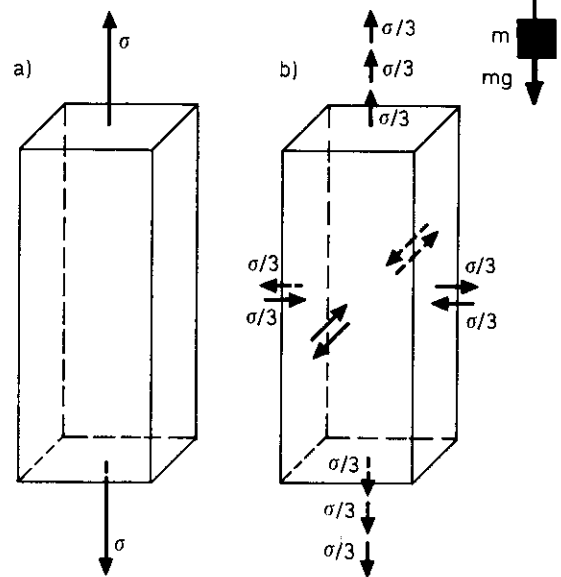


Slika 6.36

Slika 6.37



Slika 6.39



Slika 6.40

Primer:

Vodoravno ležeč nosilec je na levi strani fiksno vpet v zid, desna stran je prosta. Prosti konec nosilca zavrtimo navzgor s stalnim navorom M . Kako se zaradi tega zakrivi nosilec? Druge sile (npr. teža nosilca) zanemarimo.

Navor M je enak upogibnemu navoru M elastičnih sil v desnem prerezu nosilca:

$$M = EJ_0 d^2 y / dx^2 \text{ ali} \\ d^2 y / dx^2 = M / EJ_0 = \text{konst.}$$

Enačbo zaporedoma integriramo po x . Po prvi integraciji dobimo:

$$dy/dx = C_1 + (M/EJ_0)x$$

Ker je nosilec vpet vodoravno, je $dy/dx = 0$ za $x = 0$. Torej je $C_1 = 0$. Druga integracija da:

$$y(x) = C_2 + (M/EJ_0)x^2/2$$

Robni pogoj: $y = 0$ za $x = 0$ zahteva $C_2 = 0$ in preostane rezultat:

$$y(x) = (M/2EJ_0)x^2 \quad (6.33)$$

Nosilec se zakrivi parabolčno.

4. Strižna sila v prerezu zakrivljenega nosilca

Zgoraj smo obravnavali natezne in tlačne elastične sile v prerezu zakrivljenega nosilca; te so pravokotne na prerez. Če se vzdolž prereza spreminjajo, deluje v prerezu tudi upogibni navor, ki je v zvezi z ukrivljenostjo nosilca.

Brž ko se elastični upogibni navor M spreminja vzdolž nosilca, npr. zaradi prečne obremenitve, ki spreminja ukrivljenost nosilca, se v prerezu nosilca pojavi poleg natezne sile tudi **strižna sila** (V). Ta leži v prerezu in kompenzira učinek prečne obremenitve. Ena stran nosilca deluje na drugo s strižno silo V npr. navzdol, obenem druga stran vleče prvo z enako veliko silo V navzgor.

Na sliki (6.46) je nosilec obremenjen z zvezno porazdeljeno prečno silo, ki pritiska navzdol. Na element nosilca z dolžino dx odpade prečna sila $f(x)dx$, kjer je $f(x)$ linijska gostota sile (N/m, gl. str. 62). Na levem prerezu čuti element upogibni navor M in strižno silo V , s katerima učinkuje nanj levi del nosilca. Desni del nosilca pa prek desnega prereza učinkuje na element z upogibnim navorom $M + dM$ in s strižno silo $V + dV$.

Ravnovesni pogoj za sile, ki učinkujejo na element, zahteva enačbo: $V + f(x)dx - (V + dV) = 0$ ali

$$dV/dx = f(x) \quad x \\ V(x) = V(0) + \int_0^x f(x)dx \quad (6.34)$$

Vidimo, da se strižna sila spreminja vzdolž nosilca zgolj zaradi prisotnosti prečne sile f . Razlika med strižno silo $V(x)$ na mestu x in strižno silo $V(0)$ na začetku nosilca ($x = 0$) je enaka integralu linijske gostote prečne sile.

Poleg navpičnih sil morajo biti uravnoteženi tudi navori sil, delujoči na element dx nosilca. V limiti $dx \rightarrow 0$ lahko navor zunanje prečne sile zanemarimo in upoštevamo le navor elastičnih nateznih in strižnih sil. Dobimo:

$$(M + dM) + Vdx - M = 0 \text{ ali}$$

$$V = -dM/dx = -EJ_0 d^3 y / dx^3 \quad (6.35)$$

Strižna sila je različna od nič le, če se upogibni navor spreminja vzdolž nosilca, torej če se spreminja ukrivljenost nosilca.

5. Upogib elastičnega nosilca pri prečni obremenitvi

Raven, homogen elastični nosilec (dolžina a) je obremenjen s prečno silo, katere linijska gostota $f(x)$ je znana. Zanima nas, kako se nosilec zakrivi zaradi te sile. Prečni odmik nosilca od neobremenjenega stanja označimo z y ; pozitiven y predstavlja odmik navzdol (v smeri prečne sile), negativen navzgor (slika 6.47). Iščemo funkcijo $y(x)$ za x od 0 do a . Diferencialno enačbo te funkcije dobimo, če odvajamo enačbo (6.35) po x in upoštevamo enačbi (6.33,34), le da ima y zdaj nasproten predznak:

$$d^2 M / dx^2 = -dV/dx = -f(x) \text{ ter} \\ EJ_0 d^4 y / dx^4 = f(x) \quad (6.36)$$

Splošna rešitev diferencialne enačbe četrtega reda vsebuje štiri integracijske konstante. Te določimo s pomočjo štirih robnih pogojev (po dva pogoja za vsak konec nosilca). Glede na to, kako je nosilec vpet na obeh konceh, imamo tele možnosti:

a) **fiksno vpet konec** (slika 6.48a), odmik je nič, tangenta na krivuljo nosilca je vodoravna: $y = 0$ in $dy/dx = 0$

b) **vrtljivo vpet konec** (slika 6.48b), odmik je nič, navor je nič (ni ovire proti vrtenju): $y = 0$ in $d^2 y / dx^2 = 0$ (gl. 6.32)

c) **prost konec** (slika 6.48c), navor in strižna sila na koncu sta nič: $d^2 y / dx^2 = 0$ in $d^3 y / dx^3 = 0$ (gl. 6.32 in 6.35)

č) **nehomogen robni pogoj**: dana je vrednost navora in/ali strižne sile na koncu nosilca.

Primeri:

a) **Nosilec je na obeh konceh fiksno vpet**, obremenitev je enakomerna: $f(x) = \text{konst.} = f$ (slika 6.49). Npr. obremenitev je teža samega nosilca: $f = \rho g S$ (ρ = gostota snovi, S = presek nosilca). Diferencialno enačbo (6.36) zaporedoma štirikrat integriramo. Dobimo:

$$y(x) = C_4 + C_3 x + C_2 x^2 / 2 + C_1 x^3 / 6 + (f/EJ_0) x^4 / 24 \quad (6.37)$$

C_1, C_2, C_3 in C_4 so integracijske konstante, ki jih določimo z robnimi pogoji: $y = 0$ in $dy/dx = 0$ za $x = 0$ in $x = a$. Rezultat je: $C_3 = C_4 = 0$ in $C_1 = -fa/2EJ_0$ ter $C_2 = -fa^2/12EJ_0$. Nosilec se torej zakrivi v krivuljo:

$$y(x) = (f/24EJ_0)x^2(a-x)^2 \quad (\text{slika 6.49})$$

Vidimo, da je nosilec na koncih zakrivljen navzdol (konveksno), na srednjem delu pa navzgor (konkavno). Ukrivljenost nosilca spremeni predznak na mestih x_1 in x_2 , kjer je drugi odvod d^2y/dx^2 (to je upogibni navor) enak nič:

$$d^2y/dx^2 = (f/12EJ_u) (6x^2 - 6ax + a^2) = 0$$

Rešitvi sta: $x_1 = 0,5a (1 - 1/\sqrt{3})$ ter $x_2 = 0,5a (1 + 1/\sqrt{3})$. Odmik nosilca zaradi upogiba je največji na sredini ($x = a/2$). Na katerem prerezu je strižna sila največja?

b) **Nosilec z enakomerno obremenitvijo je fiksno vpet le na levem koncu ($x = 0$), desni konec ($x = a$) je prost.** V splošni rešitvi (6.37) sta konstanti $C_3 = C_4 = 0$ kot pri primeru a/, na desnem koncu palice pa tokrat velja: $d^2y/dx^2 = d^3y/dx^3 = 0$. Dobimo: $C_1 = -a(f/EJ_u)$ ter $C_2 = (a^2/2)(f/EJ_u)$ ter rešitev:

$$y(x) = (f/24EJ_u)x^2 (x^2 - 4ax + 6a^2)$$

Drugi odvod d^2y/dx^2 je na vsej dolžini pozitiven, torej je nosilec zakrivljen konkavno (navzdol). Upogibni navor je na prostem koncu nič, največji pa je na pritrjenem koncu, kjer znaša $fa^2/2$ (enak je navoru celotne bremenilne sile fa glede na os skozi pritrdišče). Največji odmik je na prostem koncu: $y(a) = fa^4/8EJ_u$.

c) **Prost nosilec z diskretno obremenitvijo.** Enakomerno razporejeno obremenitev iz primera b) spremenimo tako, da jo zgostimo v diskretno (točkasto) silo $F = fa$ na koncu nosilca (slika 6.50a). Ker je obremenilna sila točkasta (in zato zlahka izračunamo njen navor), je najbolje, da napišemo enačbo za ravnovesje navorov za odsek nosilca, ki je med koordinato x in koncem nosilca (slika 6.50b). Levi (pritrjeni) del nosilca prek prereza učinkuje na desni (prosti) del z navorom $M = -EJ_u d^2y/dx^2$ in ga skuša zavrteti navzgor, sila F pa vrti navzdol z navorom $F(a - x)$. Sledi:

$$F(a - x) + M = 0 \text{ ali } d^2y/dx^2 = (F/EJ_u) (a - x)$$

Po dvakratnem integriranju, upoštevaje robni pogoj na pritrjenem koncu nosilca ($y = dy/dx = 0$ za $x = 0$), dobimo rezultat:

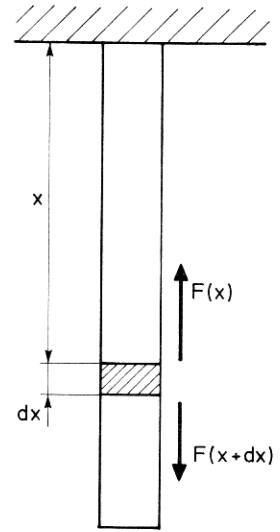
$$y(x) = (F/6EJ_u)x^2 (3a - x)$$

Največji odmik (na koncu nosilca, kjer pritiska sila F) znaša:

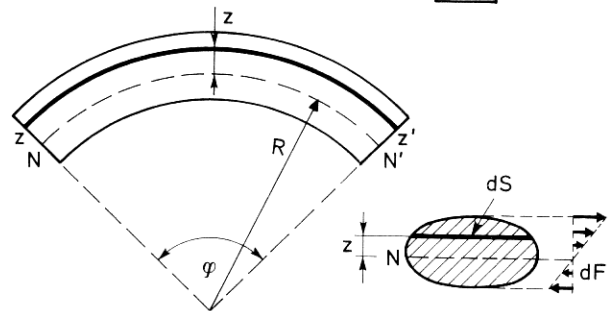
$$y(a) = Fa^3/3EJ_u \quad (6.38)$$

in je skoraj trikrat večji kot v primeru b/, kjer je sila F enakomerno razporejena po vsej dolžini nosilca. Pomembno je, da je pomik nosilčevega konca premo-sorazmeren s silo F , ki pritiska na konec.

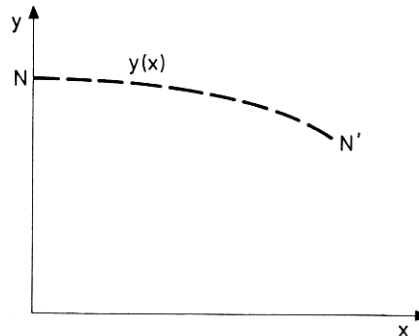
č) **Nihanje obteženega elastičnega nosilca** (maso nosilca zanemarimo). Vzemimo, da je točkasta sila F iz primera c/ teža obešene uteži (mg). Na konec vodoravno pritrjenega nosilca obesimo utež m , zaradi česar se konec nosilca povesi za $u_0 = mga^3/3EJ_u$ (6.38 za $F = mg$) in obmiruje v novi ravnovesni legi. Če konec nosilca z utežjo pomaknemo še za u navzdol, se v končnem prerezu pojavi dodatna sila (strižna) $u \cdot 3EJ_u/a^3$ (gl. 6.38), ki sili visečo utež nazaj k ravnovesni legi.



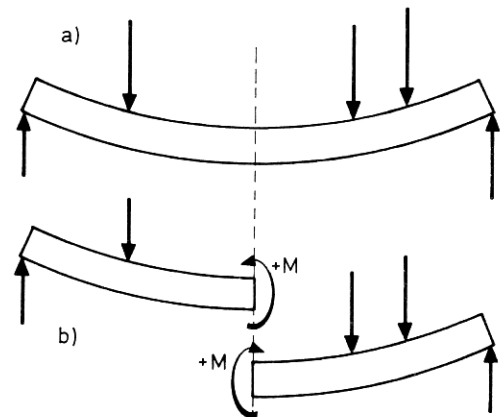
Slika 6.41



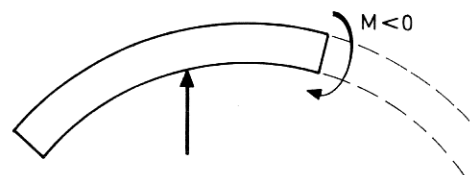
Slika 6.42



Slika 6.43



Slika 6.44



Slika 6.45

Spuščena utež začne nihati s pospeškom, ki ga izračunamo z Newtonovim zakonom dinamike:

$$m \cdot d^2u/dt^2 = -F = -(3EJ_J/a^3)u \quad \text{ali} \\ d^2u/dt^2 + (3EJ_J/ma^3)u = 0$$

Vidimo, da odmik u uteži iz ravnovesne lege zadošča diferencialni enačbi, kakršna je značilna za nedušeno nihanje z lastno frekvenco (gl. str. 114):

$$\omega = \sqrt{3EJ_J/ma^3} \quad (6.39)$$

Elastični nosilec z obešeno utežjo na koncu torej niha tem hitreje, čim krajši je, čim lažja je utež ter čim večja sta prožnostni modul in upogibni vztrajnostni moment.

Elastično-plastične lastnosti trdnin

Zunanje sile z deformacijo povzročijo v snovi mehanske napetosti. Atomi se izmaknejo iz prvotnih ravnovesnih položajev in se razporedijo na nova mesta. Nastale spremembe v zgradbi snovi se navzven kažejo v spremenjeni obliki in/ali velikosti snovi.

Ko zunanje sile odnehajo (ob razbremenitvi snovi), je možno dvoje:

- atomi se povrnejo v izhodne položaje, vzpostavi se prvotna zgradba, deformacije in v snovi nastale mehanske napetosti povsem izginejo; takšna deformacija je **prožna ali elastična**
- atomi se med deformacijo preveč premaknejo iz prvotnih položajev, da bi se po razbremenitvi lahko vrnili; ostanejo na novih mestih ali pa se prestavijo na druga ravnovesna mesta, tako da snov ostane deformirana; deformacija te vrste je **plastična**.

Ali je deformacija elastična ali plastična, je odvisno od zgradbe snovi in od velikosti deformacije. Šibke deformacije so večinoma elastične, močne pa plastične.

Če želimo trdnino oblikovati, jo moramo deformirati plastično. Gnjenje, vlečenje, kovanje in podobne mehanske obdelave trdnin so v zvezi s plastično deformacijo.

Linearna zveza med natezno napetostjo in relativnim raztežkom (to je Hookov zakon) $\sigma = E\varepsilon$ velja le do zgornje meje ε_i oziroma $\sigma_i = E\varepsilon_i$, ki se imenuje **meja linearnosti ali meja veljavnosti Hookovega zakona** (gl. str. 137). V tem območju je deformacija gotovo elastična: kakor se spreminja napetost, tako se spreminja raztezek; ko napetost popusti, tudi raztežka ni več, snov pridobi začetno obliko in velikost.

Med elastičnim raztezanjem snovi se razdalja med atomi povečuje, zato se povečuje tudi medatomska sila, ki nasprotuje povečevanju (slika 6.51, gl. tudi str. 127). Hookov zakon se nanaša na linearni del krivulje. Pri večini trdnin so z elastičnim raztezanjem povezane precejšnje napetosti, zato je trdnine težko elastično raztegovati. Izjema so gumijaste snovi in druga umetna vlakna. Te snovi so zgrajene iz dolgih nitastih molekul, ki se med elastičnim raztezanjem ravnaajo (ne da bi se razdalja med atomi opazno povečevala), pa jih je zato mogoče zlahka elastično raztegovati v širokem območju raztezkov.

Mejni raztezek ε_e (oziroma mejna napetost $\sigma_e = E\varepsilon_e$), pri katerem se elastična deformacija sprevrže v plastično, se imenuje **meja elastičnosti**. Za $\varepsilon < \varepsilon_e$ je deformacija elastična, za $\varepsilon > \varepsilon_e$ pa plastična. Meja elastičnosti je v nekaterih primerih nekoliko nad mejo veljavnosti Hookovega zakona ($\varepsilon_e > \varepsilon_i$), večinoma pa ta razlika ni bistvena in lahko veljavnost Hookovega zakona vzporedimo z elastičnostjo deformacije. Ker pomeni plastična deformacija trajno spremembo v zgradbi snovi (kar ima lahko hude posledice v konstrukcijah), je meja elastičnosti ε_e oz. σ_e merilo **elastične trdnosti** telesa. V mejah elastičnosti se konstrukcija pod obremenitvijo ne poruši, po razbremenitvi se povrne v izhodno stanje.

Meja elastičnosti je močno odvisna od nepravilnosti v kristalni zgradbi trdnine. Več kot je nepravilnosti in bolj kot so te gibljive, višja je meja elastičnosti. Če ne bi bilo nepravilnosti v kristalni zgradbi, bi bile kovine elastično šibkejšje od ionskih kristalov, ti pa šibkejši od trdnin s kovalentno vezjo. Tako pa o elastičnosti odločajo nepravilnosti kristalne zgradbe, predvsem dislokacije.

Na slikah (6.22,23) je skiciran nastanek plastične deformacije s pomikanjem dislokacije skozi kristal. Ta se kaže tudi pri drsenju kristalnih ploskev, ki so poševne glede na smer natezne napetosti (slika 6.52). Zaradi natega kristalna ravnina zdrzne ob sosednji ravnini za celo število medatomskih razdalj, tako da se lokalna kristalna zgradba obnovi, čeprav ostane snov plastično deformirana. Raztezek snovi ob takšni plastični deformaciji je pravzaprav posledica strižne deformacije (drsenje plasti, gl. str. 132).

Razni dodatki ali primesi, ki so kot tujki razkropljeni po kristalu (npr. dodatki Ni, Cr, Co itd. v železu), močno ovirajo premikanje dislokacij in drsenje kristalnih ploskev. Zaradi njih je za premik dislokacije potrebna večja napetost kot v čisti snovi. (Čiste igralne karte v kupu lažje drsijo kot umazane). Ti dodatki ne spremenijo bistveno kemičnih lastnosti snovi in le neznatno vplivajo na modul prožnosti, precej pa povečajo mejo elastičnosti (otežujejo nastanek plastične deformacije) in s tem elastično utrjujejo snov. Podobno učinkujejo meje med kristalnimi zrnici v polikristalni trdnini.

Možnost dodajanja primesi z legiranjem ter drobnozrnata polikristalna struktura dajejo kovinam izjemne mehanske lastnosti, saj so kovine ravno zaradi teh nepravilnosti elastično trdnejše od ionskih in kovalentnih snovi.

Odvisnost napetosti od raztežka, $\sigma(\varepsilon)$, je v plastičnem območju v splošnem različna za različne snovi, pri dani snovi pa je odvisna tudi od temperature, od predhodnega stanja snovi ter od hitrosti obremenjevanja oziroma razbremenjevanja. Krivulja $\sigma(\varepsilon)$ se za vsako snov določi eksperimentalno: Telo v obliki palice obremenimo z znano silo in izmerimo raztezek. Navadno se napetost σ računa glede na začetni prerez palice, relativni raztezek ε pa glede na začetno dolžino. Ker se palica med raztezanjem daljša in obenem tanjša, so dejanske napetosti večje, relativni raztežki pa manjši od izračunanih. Razlika je predvsem na zadnjem delu krivulje, tik pred porušitvijo.

Glede na obliko krivulje $\sigma(\varepsilon)$ in obnašanje v plastičnem območju razdelimo trdnine v dve skupini:

- **krhke trdnine**, npr. lito železo, jeklo z veliko ogljika, steklo, beton itd.

– **vlečne** ali **duktilne trdnine**, npr. mehko železo, vlečno železo, baker, svinec itd.

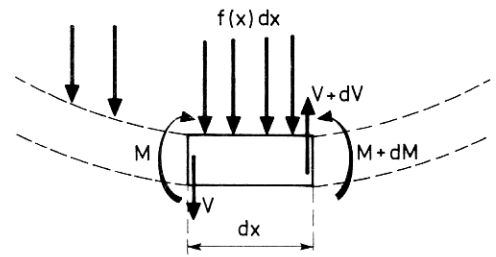
Krivulja $\sigma(\varepsilon)$ za **krhke trdnine** je ilustrirana na sliki (6.53). Ko prekoračimo mejo elastičnosti (ε_e oz. σ_e), začne snov **plastično popuščati**. Napetost narašča z večanjem raztezka počasneje, kot bi naraščala, če bi bila deformacija še naprej elastična. Plastična deformacija je možna le v ozkem območju raztezkov, kmalu dosežemo **mejo trdnosti**, t. i. **porušno trdnost**, ε_t oz. σ_t , pri kateri se telo zlomi oziroma poruši.

Krivulja $\sigma(\varepsilon)$ za **vlečne** snovi (npr. za mehko železo) je na sliki (6.54). Meja elastičnosti ($\varepsilon_e = 0,0012$) praktično sovпада z zgornjo **točko popuščanja** (a na sliki), ko se začno dislokacije premikati in snov plastično deformirati. Med premikanjem se dislokacije razmnožujejo, posebno v snoveh (npr. v kovinah s prostorsko centrirano kubično mrežo), v katerih se premikajo počasi. Povečana gostota dislokacij olajšuje plastično deformacijo, zato se krivulja $\sigma(\varepsilon)$ izravna, napetost lahko celo pade. Popuščanje trdnine se prične pri **napetosti popuščanja** (σ_p). Skoraj vodoraven del krivulje (plateau) v območju popuščanja se razteza do spodnje točke popuščanja (b na sliki 6.54), ko se napetost zaradi velikih raztezkov spet začne povečevati. Raztezki v razponu med zgornjo in spodnjo točko popuščanja so 15 do 20 krat večji kot v elastičnem območju. Razlika med zgornjo in spodnjo točko popuščanja je opazna le pri nekaterih trdninah, večinoma pa krivulja $\sigma(\varepsilon)$ nima vodoravnega plateauja (slika 6.55).

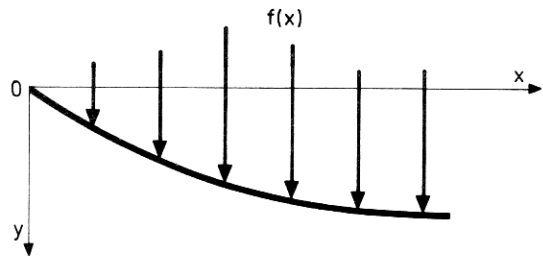
Za vlečne snovi je značilno **tečenje** (angl. izraz »necking«), ki nastopi pri velikih raztezkih in se konča s porušitvijo. V območju raztezkov od nič do ε_m , ko napetost doseže maksimalno (nosilno) vrednost σ_m , je napetost bolj ali manj enakomerno porazdeljena vzdolž palice. Prerez palice se sicer med raztezanjem zožuje, vendar enako za celotno palico. Pri $\varepsilon > \varepsilon_m$ pa se začne en prerez palice ožiti močneje od drugih (slika 6.56). Že majhno stanjšanje prereza pa povzroči, da se napetost osredotoči na tem prerezu, zaradi česar se prerez še bolj stanjša itd. Raztezki na tem območju se zelo povečajo, palica »steče«. Tečenje se konča s porušitvijo. Močno zoženje prereza med tečenjem je vzrok, da se napetost (računana glede na začetni prerez) opazno zmanjša, čeprav se dejanska napetost (računana glede na dejanski, zoženi prerez) močno poveča (črtkana krivulja na sliki 6.55); razlika med obema napetostma tik pred porušitvijo je lahko 300–400%.

Pri največjem možnem raztezkju ε_t se telo **zlomi**. Prelom nastane na mestih, kjer so na površini telesa raze, praske ali drugi površinski defekti. Steklo in druge keramične snovi so posebej občutljivi na površinske raze, zato so krhki. Kovine in sintetična plastika so v tem pogledu odpornejše.

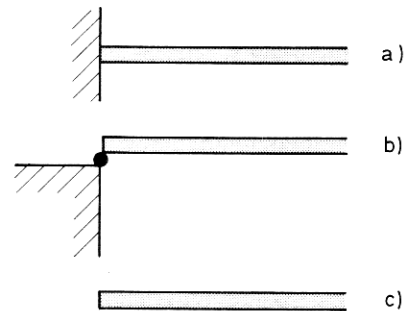
Krivulja $\sigma(\varepsilon)$ dane snovi je odvisna tudi od hitrosti obremenjevanja oziroma razbremenjevanja, oziroma od hitrosti merjenja raztezka. Praviloma bi morali po obremenitvi telesa počakati precej časa, preden izmerimo raztezek, ki tej obremenitvi ustreza. V praksi pa izmerimo raztezek takoj po obremenitvi, povečamo obremenitev, izmerimo nov raztezek itd. Glede na hitrost ponavljanja obremenitve dobimo različne krivulje $\sigma(\varepsilon)$ (slika 6.57). Razlika nastane ob začetku plastičnega popuščanja, ko se začno premikati dislokacije.



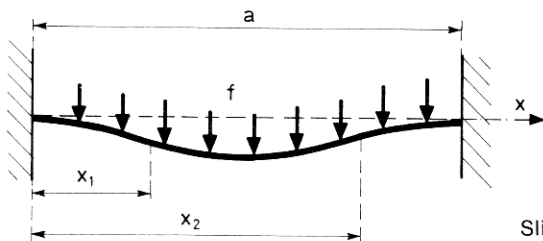
Slika 6.46



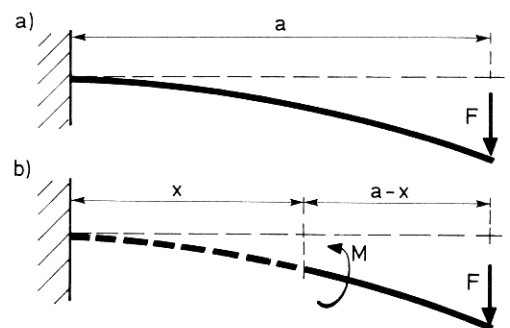
Slika 6.47



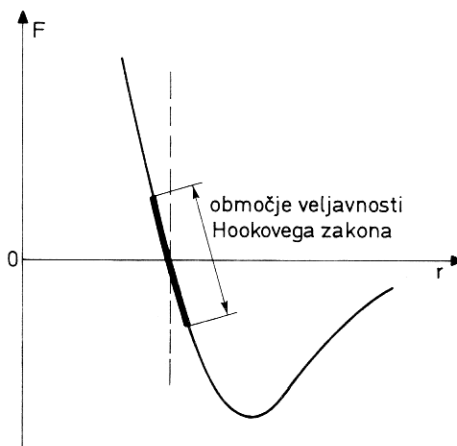
Slika 6.48



Slika 6.49



Slika 6.50



Slika 6.51

Plastično popuščanje snovi je izrazitejše, če dislokacije potujejo hitreje in če se bolj razmnožujejo. To pa lahko izkoristimo, če po obremenitvi dovolj dolgo počakamo z merjenjem raztezka. Pri hitrem ponavljanju meritve se razmnoževanje dislokacij ne more izraziti in snov izpade manj plastično raztegljiva, to je elastično trdnejša in bolj krhka, kot v resnici je.

Utrjevanje vlečne snovi

Plastično deformirana snov je trajno deformirana, ne more se vrniti v izhodno, nedeformirano stanje, četudi zunanja napetost popusti. Recimo, da plastično deformirano snov v točki A (slika 6.58) razbremenimo, napetost zmanjšamo na nič. Med krčenjem snovi se napetost zmanjšuje linearno s skrčkom, vzporedno s premico začetnega, elastičnega dela krivulje (krivulja a na sliki). Po razbremenitvi ostane telo deformirano za ε_1 . Če ponovno obremenimo, sledimo krivulji b, ki praktično sovпада s krivuljo a razbremenjevanja. Čeprav telo obdrži plastično deformacijo ε_1 , se med nadaljnjim obremenjevanjem in razbremenjevanjem obnaša elastično. Torej se je meja elastičnosti povečala, telo je postalo elastično trdnejše. Sledi, da **lahko vlečno snov z izmeničnim obremenjevanjem in razbremenjevanjem v plastičnem območju elastično utrdimo**. Tako utrjujemo vlečne snovi s kovanjem, hladnim valjanjem in z drugimi hladnimi obdelovalnimi postopki. Bistveno je, da z deformacijo ustvarimo v kristalni zgradbi nepravilnosti, ki zavirajo premikanje dislokacij in s tem zadržujejo začetek popuščanja snovi.

Deformacijska energija – žilavost telesa

Med deformiranjem telesa opravlja napetost delo, ki ga prejema deformirano telo kot **deformacijsko energijo** (W_{der}). Če je deformacija elastična (prožna), se telo po razbremenitvi vrne v izhodno stanje, pri čemer odda prejeto deformacijsko energijo, npr. v obliki kinetične energije. Ob plastični deformaciji pa prejeta deformacijska energija ostane v telesu, pretvori se v **notranjo energijo** – telo se s plastično deformacijo segreje (npr. kepa testa, ki jo gnetemo).

Deformacijska energija v zvezi z elastično deformacijo se imenuje **prožnostna energija** (W_{pr}). Telo lahko vrne prejeto deformacijsko energijo v celoti kot mehansko energijo (npr. kinetično). Zato izkoriščamo prožno deformacijo teles (npr. vzmeti) za shranjevanje mehanske energije, npr. v urah na vzmet, v zračni puški itd.

Izraz za delo napetosti bomo izpeljali za natezno deformacijo. Homogena palica (dolžina a , presek S) je v vzdolžni smeri obremenjena z napetostjo σ , ki se povečuje z raztežkom po enačbi $\sigma(\varepsilon)$. Dokler je raztezanje še elastično, je $\sigma = E\varepsilon = E\Delta x/a$, torej napetost narašča linearno z raztežkom x palice.

Recimo, da je palica pri napetosti σ raztegnjena za x . Če se raztegne še za dx , opravi sila $F = \sigma S$ delo $dA = Fdx = \sigma S \cdot a d\varepsilon$, kjer je $d\varepsilon$ povečanje relativnega raztezka palice: $d\varepsilon = dx/a$.

$$dA = \sigma d\varepsilon \cdot Sa = \sigma d\varepsilon \cdot V \quad V = Sa = \text{volumen palice}$$

Celotno delo, opravljeno med raztezanjem palice do končnega raztezka ε , je:

$$A = \int dA = V \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon \quad \text{ali}$$

$$\boxed{A/V = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon = W_{der}/V} \quad \text{deformacijska energija na enoto volumna telesa} \quad (6.40)$$

Integral funkcije interpretiramo kot ploščino pod krivuljo te funkcije. Torej ploščina pod krivuljo $\sigma(\varepsilon)$ med ordinatama 0 in ε (slika 6.59) predstavlja deformacijsko energijo na enoto prostornine deformiranega telesa.

Izraz za deformacijsko delo oz. energijo se poenostavi, če je deformacija prožna, to je za $\sigma = E\varepsilon$. Tedaj dobimo:

$$A/V = E\varepsilon^2/2 = \sigma^2/2E = \sigma\varepsilon/2 \quad (6.41)$$

Prožnostna energija elastično raztegnjene palice torej znaša:

$$W_{pr} = V\sigma\varepsilon/2 = Sa\sigma\varepsilon/2 = Fx/2 = kx^2/2$$

kjer je k konstanta prožnosti palice (gl. 6.26). Vidimo, da prožnostna energija elastične palice narašča s kvadratom raztezka.

Zgoraj smo računali volumensko gostoto deformacijske energije za primer, da se telo razteza v eni smeri. V splošnem pa je telo obremenjeno in se razteza v treh pravokotnih smereh. Recimo, da so znane glavne napetosti σ_1 , σ_2 in σ_3 ter raztezki ε_1 , ε_2 in ε_3 v glavnih smereh. Deformacijska dela posameznih komponent napetosti se seštevajo. Celotno delo na enoto prostornine zato znaša:

$$A/V = \int \sigma_1 d\varepsilon_1 + \int \sigma_2 d\varepsilon_2 + \int \sigma_3 d\varepsilon_3 \quad (6.42)$$

Za **elastično** deformacijo dobimo:

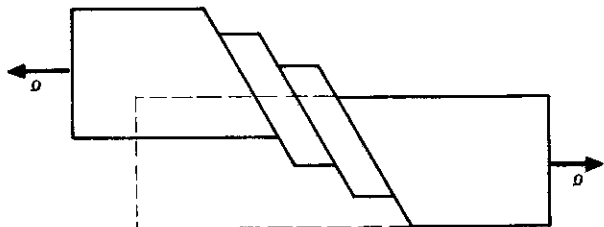
$$\boxed{A/V = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3)} \quad (6.42a)$$

oziroma za **izotropno** raztezajoče se telo:

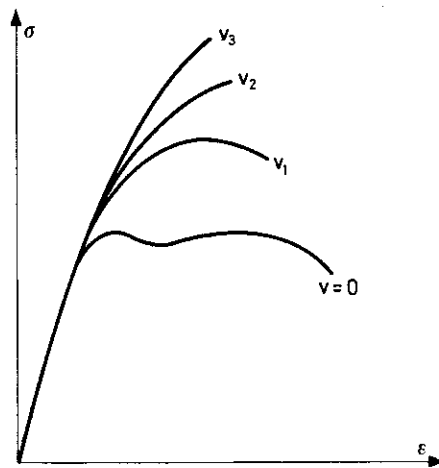
$$A/V = 3E\varepsilon^2/2 \quad (\text{ker je } \sigma_1\varepsilon_1 = \sigma_2\varepsilon_2 = \sigma_3\varepsilon_3 = \sigma\varepsilon = E\varepsilon^2) \quad (6.43)$$

Žilavost telesa. Površina pod krivuljo med začetno ordinato $\varepsilon = 0$ in končno $\varepsilon = \varepsilon_t$ (pri kateri se telo poruši) predstavlja celotno deformacijsko energijo, ki jo enota prostornine telesa absorbira (prejme), preden se poruši. Pravimo, da je telo tem bolj **žilavo**, čim več energije je potrebne za njegovo porušitev. Na sliki (6.60) sta skicirani krivulji $\sigma(\varepsilon)$ za telo A, ki je sicer elastično trdno (velik ε_e), a ni žilavo, ter za telo B, ki ni elastično trdno (majhen ε_e), a je žilavo, kar se demonstrira v veliki ploščini pod krivuljo.

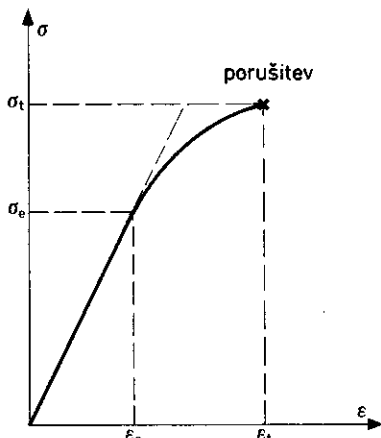
Žilavost telesa je pogojena z duktilnostjo (raztegljivostjo). Če je telo v plastičnem področju zelo raztegljivo, je običajno tudi zelo žilavo. Žilave snovi uporabljamo v konstrukcijah, ki so podvržene sunkovitim obremenitvam.



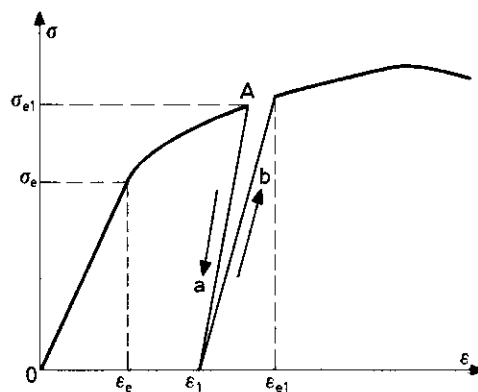
Slika 6.52



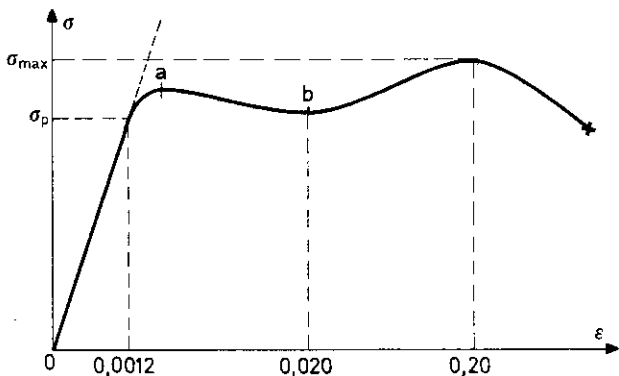
Slika 6.57



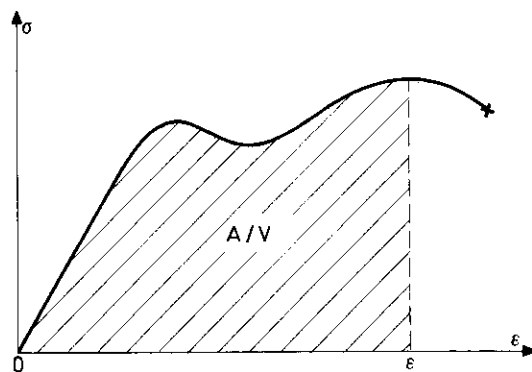
Slika 6.53



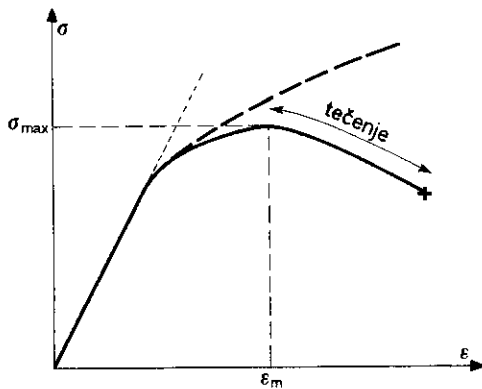
Slika 6.58



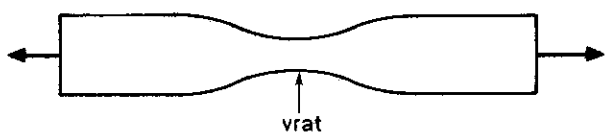
Slika 6.54



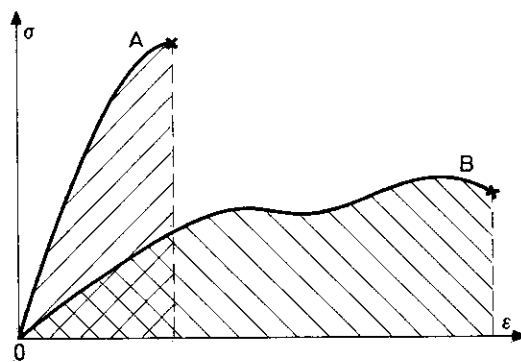
Slika 6.59



Slika 6.55



Slika 6.56



Slika 6.60