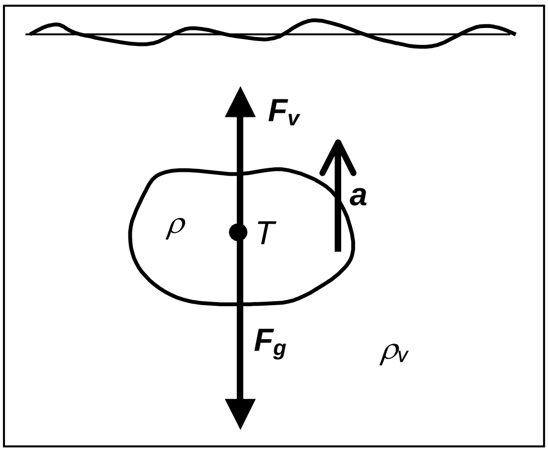
SILA VZGONA



Sila vzgona F_V = sili teže izpodrinjene tekočine:

$$F_V = m_v\, g = \rho_v\, V_v\, g,$$

kjer je ρ_v gostota okolne (izpodrinjene) tekočine, V_v pa njen volumen. Ko je telo v celoti potopljeno, je volumen telesa V enak volumnu izpodrinjene tekočine $V = V_v$, samo tedaj sila vzgona prijemlje v težišču, kjer je seveda prijemališče sile teže samega telesa. Pri plavajočih telesih prijemališče sile vzgona *ni* v težišču mase telesa, pač pa v težišču izpodrinjene tekočine. Naj je sila vzgona večja od sile teže telesa. Tedaj se telo po 2. Newton. z. giblje s pospeškom:

$$ma = F_V - F_g = m_v\, g - m\, g = \rho_v\, V_v\, g \;- \rho\, V\, g$$

$$ma = V\, g\, (\rho_v - \rho),$$

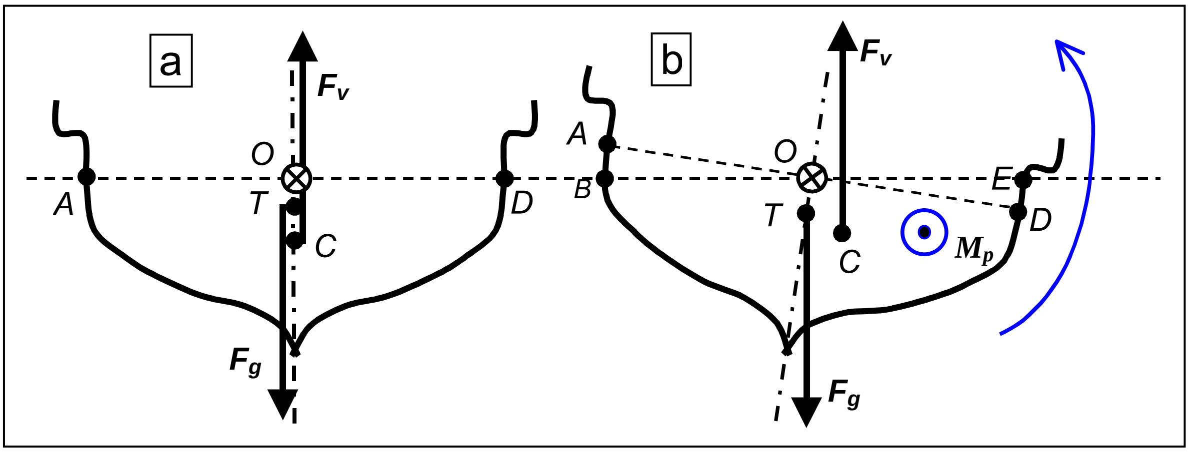
kjer smo upoštevali, da je telo v celoti potopljeno, sicer $V <> V_v$.

VAJA 1: Kos lesa miruje na gladini, kolik je delež potopljenega dela, če je njegova gostota 0.8 gostote kapljevine pod njim?

VAJA 2: Sod V = 150 l je napolnjen z zrakom kot pomoč pri dvigu sidra z morskega dna. Sidro ima maso 16 kg v morju. Masa soda je 20 kg. S koliko dodatno silo bo moral dvigati sidro potapljač?

VAJA 3: Higrometrija - meritve gostote kapljevine, specif. teža $\sigma = \rho\, g$, meritve tlaka z višino kapljevine v cevki.

METACENTER



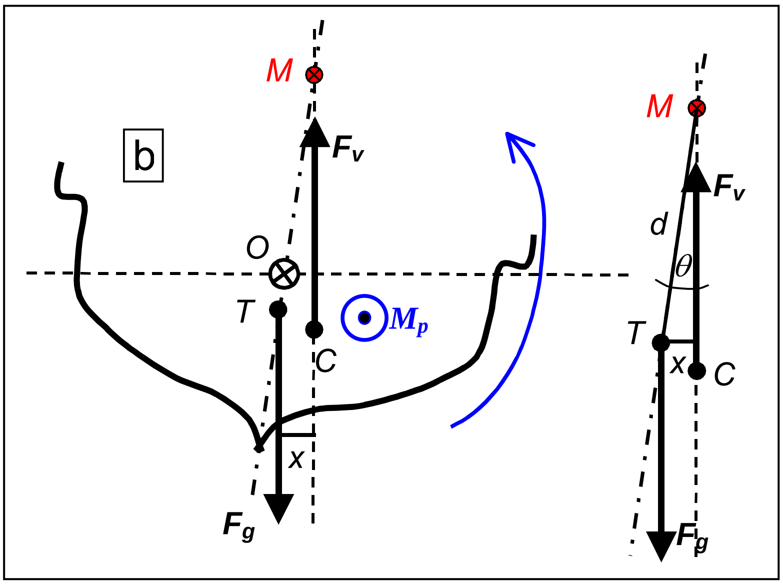
a) Težišče T se nahaja *nad* prijemališčem *sile vzgona* C. Zdi se, da je zato plovilo nestabilno. Sila teže $\boldsymbol{F_g}$ je po jakosti enaka sili vzgona $\boldsymbol{F_v}$, sicer bi se plovilo vertikalno gibalo s pospeškom.

b) Še vedno velja $F_g = F_v$, sicer bi plovilo po vertikali imelo pospešek. Pri nagibu plovila okoli gredlja ostane težišče T na istem mestu plovila, vendar se premakne prijemališče vzgona C v desno za $x \Rightarrow$ vzpostavi se *povratni navor dvojice sil* $\boldsymbol{M_p} \Rightarrow$ stabilno plovilo. Prijemališče sile vzgona C se je premaknilo v desno zato, ker se je del prvotnega volumna izpodrinjene tekočine *AOB* premaknil v *EOD*, prijemal. sile vzgona pa se nahaja v *težišču izpodrinjene tekočine*.

Povratni navor dvojice sil je $x\ F$. Vendar ta navor dvojice sil vzgona in teže ni nujno vedno povratni!

METACENTRIČNA ODDALJENOST

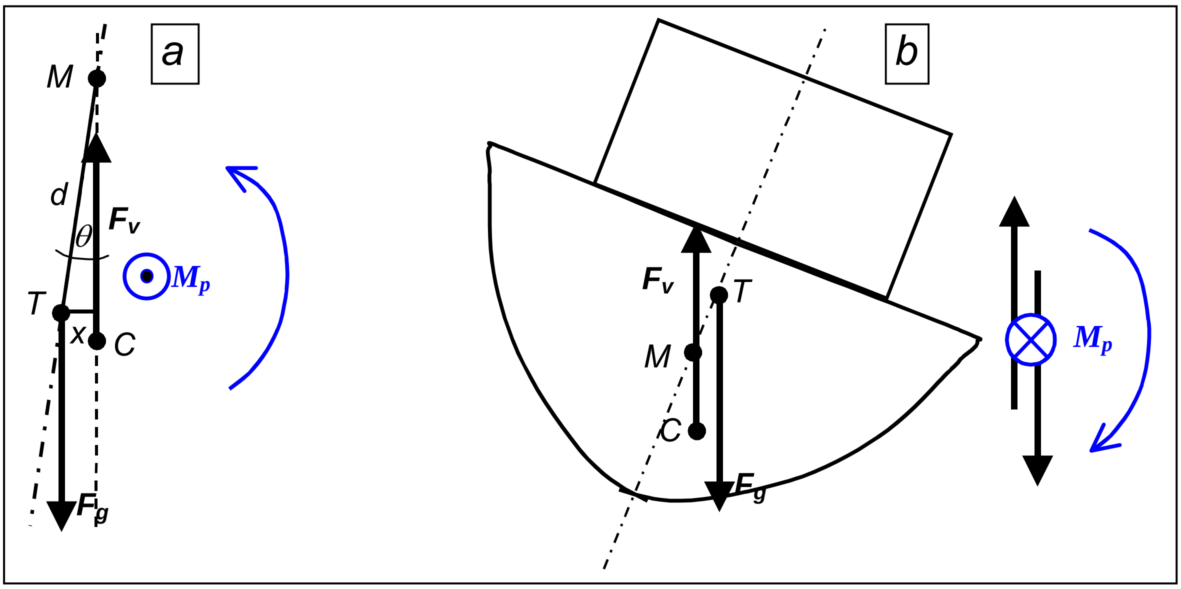
Metacenter M je točka presečišča med simetralo plovila, na kateri leži težišče *T*, in med nosilko sile vzgona, ki je vertikalna:



Razdalja med težiščem in metacentrom *TM* = *d* se imenuje *metacentrična oddaljenost*, njena horizontalna projekcija je

$$x = d \sin \theta \cong d\ \theta$$

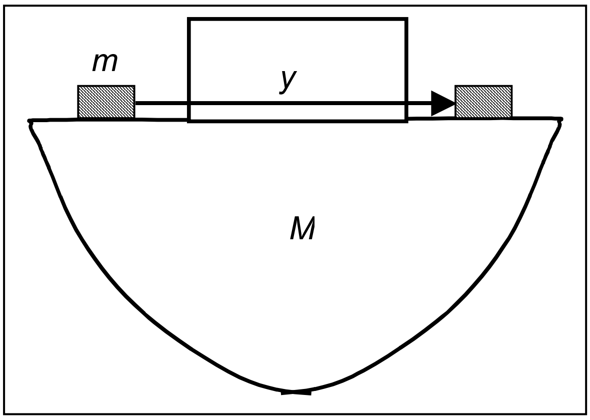
za majhne nagibe plovila.



VIŠINA METACENTRA

a) Metacenter M je *nad* težiščem T (vertikalno v višji legi). Navor dvojice sil $M_p = F_g x = mg\, d \sin\theta \cong mg\, d\, \theta$ povrne plovilo v ravnovesno lego. Ta je tudi odgovoren za nihanje plovila.
b) Metacenter M je *pod* težiščem T . Navor dvojice sil teže in vzgona tokrat *ni povraten*, plovilo je nestabilno in se prekucne.
c) Metacenter M sovpada T $\Rightarrow$ nevtralno ravnovesje, ki lahko postane nestabilno.

Metacentrična višina se lahko določi eksperimentalno:



Dodatno breme na plovilu mase m pomaknemo prečno po palubi. Ko se m nahaja v eni legi, je plovilo zasukano proti njemu, kov drugi, pa je zasukano za drugi kot θ. Ker se v obeh primerih po umiritvi plovilo ne suka, je prisotno ravnovesje navorov: Navor sile teže bremena okoli osišča = navoru dvojice sil vzgona in celotne teže na plovilu. Zadevo poenostavimo, če zapišemo, da pomik bremena pomeni *spremembo navora* njegove sile teže na osišče, in sicer za $M_m = mg\,\Delta y$. Naj je sprememba naklonskega kota plovila, ki je izmerjen, enaka $\Delta\theta$. Povratni navor dvojice sil je $M_p = (M + m)\, g\, d \sin(\Delta\theta) \cong (M + m)\, g\, d\, \Delta\theta \Rightarrow$ ker $m << M \Rightarrow M_p = \cong M\, g\, d\, \Delta\theta = M_m = mg\,\Delta y \Rightarrow$

$$d = (m\,\Delta y)/(M\,\Delta\theta).$$

Opomba: Metacentrična višina je v resnici določena z odvodom:

$$d = (m/M)\, dy/d\theta.$$

NIHANJE PLOVILA

Upoštevajmo ohranitev vrtilne količine: sprememba vrtilne količine plovila pri bočnem sukanju okoli vzdolžne osi je enaka navoru dvojice sil teže in vzgona:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = M_p = J\alpha \,,$$

kjer je vztraj. moment plovila $J = m\, r_J^2$, kjer je r_J značilni *krožilni* polmer, m masa plovila, $\alpha = d^2\theta/dt^2$ je kotni pospešek plovila. Ker gre za povratni navor, ki zmanjšuje kot odklona $\theta \Rightarrow M_p = -\, m\, g\, d\, \theta$, kjer je d metacentrična razdalja $\Rightarrow$

$$-\, m\, g\, d\, \theta = m\, r_J^2\, d^2\theta/dt^2 \Rightarrow$$

$$d^2\theta/dt^2 = -\, g\, d\, \theta\, /r_J^2,$$

kar je diferencialna enačba za nihanje, vpeljemo: $\omega^2 = g\, d\, /r_J^2$, pa zapišemo rešitev, ki pravi, da je bil odklon plovila v $t = 0$ enak nič:

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t),$$

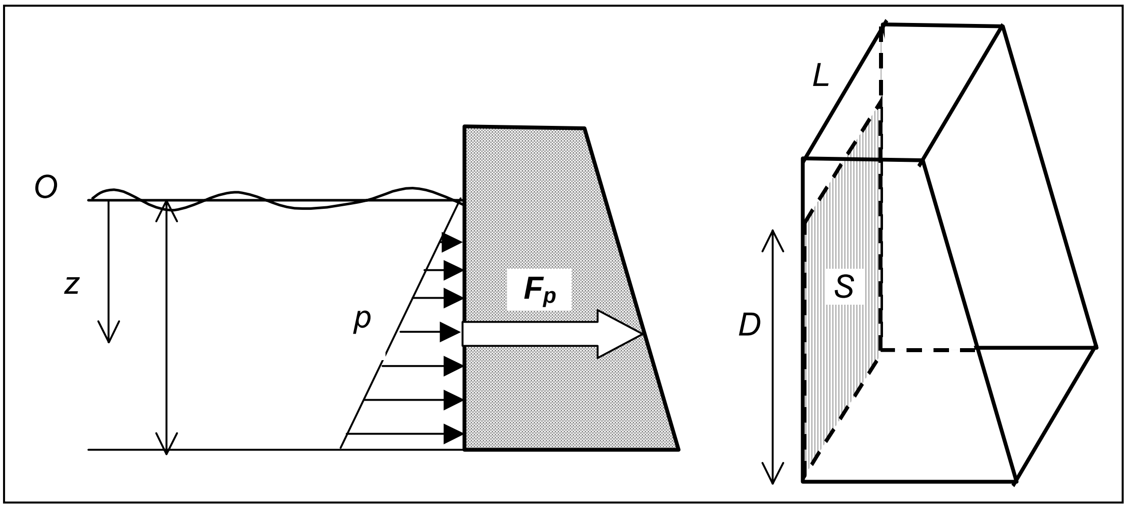
kjer je θ_0 amplituda odklona. To lahko vstavimo v enačbo za nihanje in jo preverimo, če je res rešitev. Perioda nihanja plovila je:

$$T = 2\pi \frac{r_j}{\sqrt{gd}} \,.$$

Perioda nihanja je tem večja, večji ko je krožilni polmer r_J. Večja ko je metacentrična razdalja $d \Rightarrow$ manjša je perioda. Ampak če je T majhna $\Rightarrow$ plovilo niha z visoko frekvenco.

JEZOVI IN REZERVOARJI

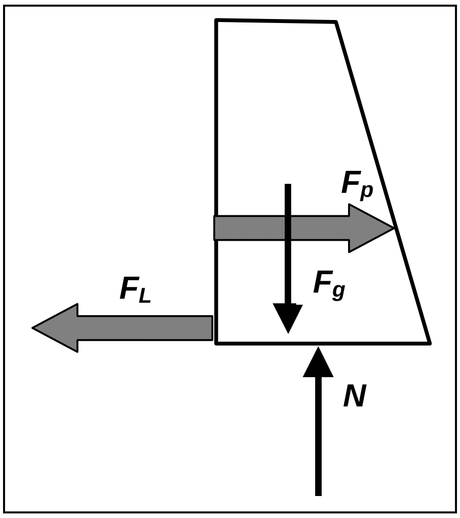
Zračni tlak na gladini in okoli jezu zanemarimo. Vodna



masa deluje na vertikalno ploskev površine $S = DL$ s tlačno silo in z navorom te sile. Sile tlaka na jez je: $F_p = \langle p \rangle\, S = (\rho g D/2)S$, kjer je $\langle p \rangle$ povprečen tlak po vertikali $(0 + \rho g D)/2$. Torej je tlačna sila:

$$F_p = (\rho g D/2)\, DL = \rho g D^2 L/2.$$

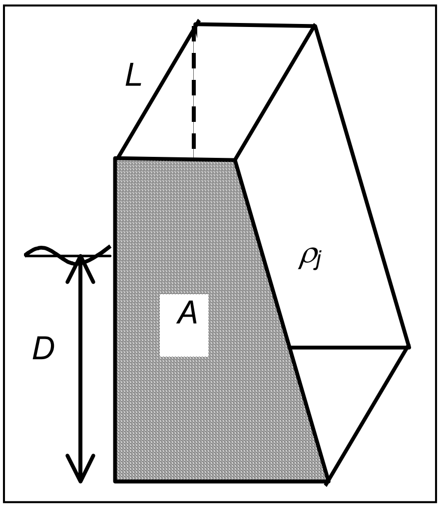
Ker bran miruje, je vsota vseh sil na njo enaka nič:



$F_p = F_l$, kjer je F_l sila lepenja podlage. Normalna sila podlage je enaka teži brane: $N = F_g$. Bran horizontalno ne zdrsne dokler sila lepenja ne preseže kritične vrednosti $F_p = F_L < k_L\, N = k_L\, F_g$, kjer je k_L koeficient lepenja med brano in podlago. Silo teže branu zapišemo z njenim volumnom: $F_g = \rho_j\, V_j\, g$, kjer je volumen jezu: $V_j = S\, L$.

Faktor varnosti pred zdrsom pri jezovih

Za stabilnost pred zdrsom velja neenačba



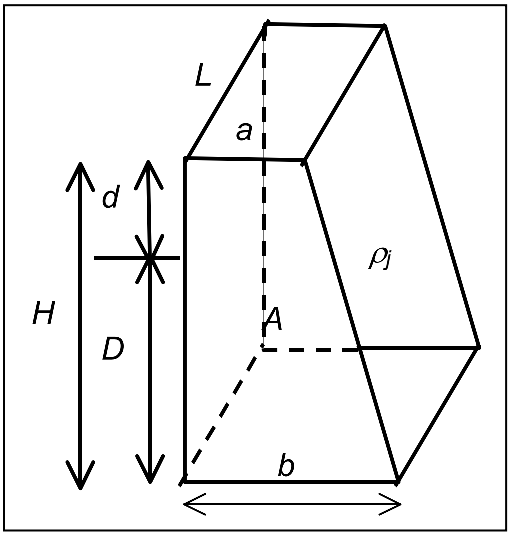
$F_p < k_L F_g \Rightarrow \rho g D^2 L/2 < k_L \rho_j A L g$.

Faktor varnosti zdrsa: $f_D = F_L / F_p \Rightarrow$

$$f_D = 2k_L \left(\frac{\rho_j}{\rho}\right)\left(\frac{A}{D^2}\right).$$

Za varnost mora veljati $f_D > 1$, če $f_D = 1 \Rightarrow$ drsenje se prične.

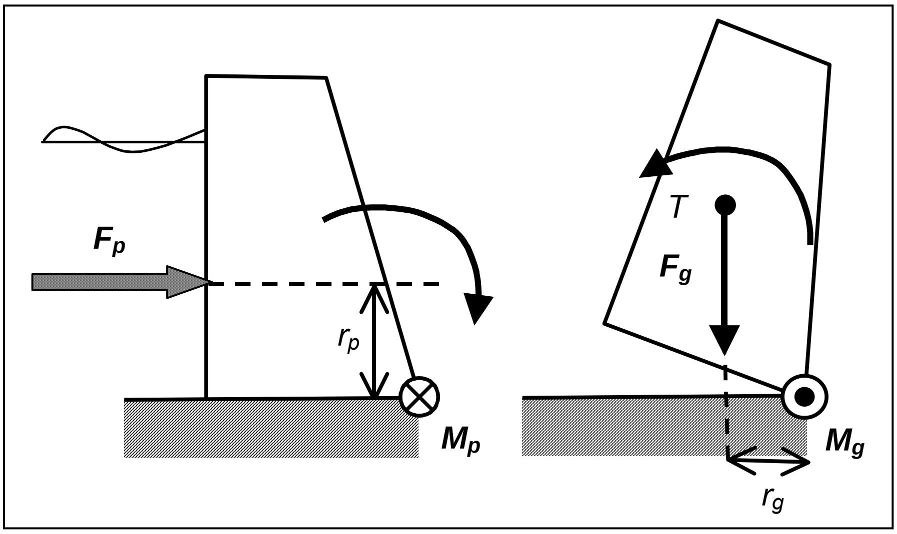
VAJA:



$L = 220$ m
$a = 4{,}1$ m
$b = 12{,}7$ m
$H = 25{,}6$ m
$k_L = 0{,}73$, $\rho_j = 2{,}92\ \mathrm{g/cm^3}$, $\rho = 1{,}0\ \mathrm{g/cm^3}$.
Kolik mora biti d, da bo $f_D = 1{,}8$?

$A = (a + b)H/2$.

RAVNOVESJE NAVOROV PRI JEZOVIH



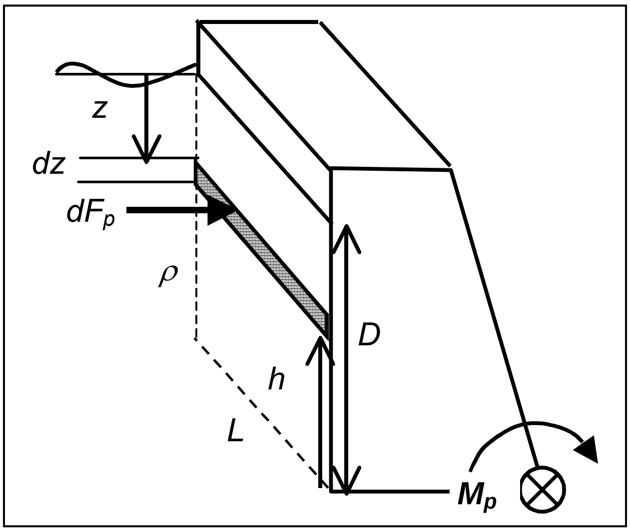
Sila tlaka prijemlje v višini r_p, navor te sile $M_p = r_p F_p$, druga je sila teže jezu, ki ustvarja povratni navor $M_g = r_g F_g$. Za stabilnost mora veljati:

$$M_g > M_p \Rightarrow r_g F_g > r_p F_p.$$

Faktor varnosti pred *zasukom* jezu:

$$f_Z = M_g / M_p = r_g F_g / (r_p F_p) > 1,$$

vendar ne poznamo r_g, r_p in F_p (M_p)



$dF_p = p\, dS = p\, L\, dz =$
$dF_p = \rho g z\, L\, dz$, ρ *ni* $\rho(z)$, L tudi ni $L(z)$

$$F_p = \int_0^D L\rho g\, z dz = L\rho g \frac{D^2}{2}$$

$F_p = \langle p \rangle S$,
$\langle p \rangle = \rho g z L/2$
$dM_p = h\, dF_p =$
$dM_p = (D-z) p L dz$

$dM_p = (D-z)\,\rho gz\,Ldz$, s podobno integracijo kot pri sili tlaka izračunamo navor sile tlaka kot:

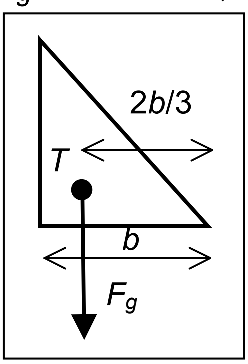
$$M_p = \rho g L \frac{D^3}{6} = r_p F_p = r_p \rho g L \frac{D^2}{2} \Rightarrow r_p = D/3$$

prijemališče sile tlaka pri izvajanju navora okoli osi na dnu jezu, ki je merjeno od dna jezu navzgor, je na eni tretjini višine vode za jezom D.

VAJA
L = 95 m
ρ_j = 2.88 g/cm^3
Ko je voda 2,8 m pod vrhom jezu, je navor sile tlaka M_p = 444 MNm. Kolika je višina jezu, če je gostota vode ρ = 1,0 g/cm^3? Je pomembna gostota materiala jezu?

NAVOR UPIRANJA SILE TEŽE JEZU

Sila, ki izvaja povratni navor jezu ni sila, ki se upira zdrsu – slednja je sila lepenja. Povratni navor jezu izvaja sila teže jezu: $M_g = r_g F_g$, silo teže običajno enostavno določimo iz geometrije jezu in gostote materiala, neznana je razdalja r_g od osišča do nosilke sile teže – gre za koordinato težišča glede na osišče, ki se za vsako geometrijo jezu izračuna po formuli:
$r_g = \int x\, dm/m$, ker je $m = \rho_j V_j = \rho_j AL$ in d$m = \rho_j\, dV_j = \rho_j LdA \Rightarrow$
$r_g = \int x\, dA/A$, kar pomeni, da integriramo po preseku A jezu. Brez izpeljav zapišimo, da velja za trikoten profil jezu z osnovnico b:
$r_g = b/3$.



Za trapezoidalen presek jezu z osnovnicama *b* in *a* ($b>a$) velja:

$r_g = \dfrac{2b^2 + 2ab - a^2}{3(a+b)}$, navor sile teže $M_g = F_g\, r_g = \rho_j g A L\, r_g$.

VAJA:
Izračunaj za jez trikotnega profila, ki ima višino H = 56 m in osnovnico b = 21 m, potrebno prečno širino jezu L, da bo navor sile teže M_g = 26,3 G Nm (ρ_j = 2,72 g/cm^3).
(a = 0), $A = bH/2$, $M_g = r_g F_g = F_g\, 2b/3 = \rho_j g A L\, 2b/3 \Rightarrow L$.

PONOVITEV: Faktor varnosti proti zasuku:

$$f_Z = M_g / M_p = r_g F_g / (r_p F_p) > 1,$$

tokrat poznamo $M_g = \rho_j g A L\, r_g$, $M_p = \rho g L D^3/6 \Rightarrow$

$$f_Z = 6\left(\frac{\rho_j}{\rho}\right)\frac{A r_g}{D^3},$$

ki za trapezoidalen presek ($A = H(a+b)/2$), za katerega poznamo r_g postane funkcija razmerja gostot in dimenzij trapeza:

$$f_Z = 6\left(\frac{\rho_j}{\rho}\right)\frac{H(2b^2 + 2ab - a^2)}{D^3} > 1.$$

Ponovimo še faktor varnosti pred zdrsom:

$$f_D = 2k_L\left(\frac{\rho_j}{\rho}\right)\left(\frac{A}{D^2}\right) = 2k_L\left(\frac{\rho_j}{\rho}\right)\frac{(a+b)H}{2D^2}.$$

VAJA:
Jez trapezne oblike ima f_Z = 1,4, višina vode D = 48,3 m, ki je d = 2,2 m pod vrhom jezu. Kolik je koeficient lepenja $k_{L\,\min}$ in kolika je osnovnica b ? (ρ_j = 2,72 g/cm^3)